

## Q12 \* Mathematik \* Alternativtest

Eine Urne enthält 20% oder aber 40% weiße Kugeln. Mit einem Test soll entschieden werden, welcher der beiden Fälle vorliegt.

Nullhypothese:  $H_0: p = 0,20$  (für weiße Kugeln)

Alternativhypothese  $H_1: p = 0,40$  (für weiße Kugeln)

Man entwirft den folgenden Test:

### Test 1:

Es wird 10-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Zieht man höchstens 3-mal eine weiße Kugel,

so entscheidet man sich für die Nullhypothese  $H_0$ .

Man sagt: Der Annahmebereich  $A$  für  $H_0$  lautet  $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Der Ablehnungsbereich  $\bar{A}$  für  $H_0$  lautet

$$\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Zwei Fehler sind bei dieser Entscheidungsregel möglich:

**Fehler 1. Art:**

Die Nullhypothese wird fälschlicherweise abgelehnt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt  $\alpha$ . (Bestimmen Sie  $\alpha$  mit Hilfe der Stochastik-Tabellen!)

**Fehler 2. Art:**

Die Nullhypothese wird fälschlicherweise angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt  $\beta$ .

(Bestimmen Sie  $\beta$  mit Hilfe der Stochastik-Tabellen!)

### Test 2:

Es wird 10-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Die Entscheidungsregel wird nun abgewandelt:

Zieht man höchstens 2-mal eine weiße Kugel,

so entscheidet man sich für die Nullhypothese  $H_0$ .

D.h.:  $A = \{0, 1, 2\}$  und  $\bar{A} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Für die Fehler erster und zweiter Art ergeben sich nun andere Werte. Bestimmen Sie  $\alpha$  und  $\beta$ !

Man sieht: Will man den Fehler 2. Art verkleinern,

so erhöht man automatisch den Fehler 1. Art und umgekehrt.

Um beide Fehler zu verkleinern, gibt es nur eine Möglichkeit:

Man muss die Anzahl  $n$  der Versuche vergrößern.

### Test 3:

Es wird 50-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Als Annahmebereich  $A$  für  $H_0$  wählt man z.B.  $A = \{0, 1, 2, \dots, 14\}$ ,

der Ablehnungsbereich  $\bar{A}$  für  $H_0$  lautet dann  $\bar{A} = \{15, 16, \dots, 50\}$ .

Bestimmen Sie für den Test 3 die Fehler 1. und 2. Art.

Wie groß sind der Fehler 1. und 2. Art, wenn man die Entscheidungsregel anders festlegt?

