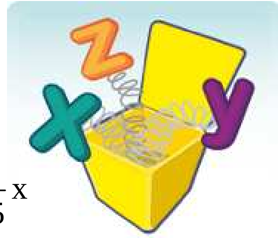
Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Gleichungen (Wiederholung)



1. Typische (lineare) Gleichungen aus der Jahrgangsstufe 7

a) $\frac{3}{8} + 5\cdot\frac{3}{4}x = 1\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}x$

b) $\frac{5}{8}\cdot\left(3\frac{1}{5} - \frac{12}{75}x\right) = 2\frac{4}{11} - \frac{7}{15}x$

c) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}x = 4\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}x$

d) $\frac{11}{18}x - \frac{3}{4}x + \frac{4}{9} = 1\frac{5}{6} - \frac{5}{6}x$

e) $\left(\frac{2}{3}x - 1\right) : 2 = \left(x - \frac{2}{3}\right)\cdot 2$

f) $\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}x\right) : 2 = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5}x\right)\cdot 2$

2. Typische Gleichungen (Bruchgleichungen) aus der Jahrgangsstufe 8

a) $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{x}$ Lösung: $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{x} \;/\; \cdot x\cdot(x+1) \;\Leftrightarrow\; 5x = 3(x+1) \;\Leftrightarrow\; x = 1{,}5$

b) $\frac{2}{x} + \frac{5}{6} = \frac{9}{4x}$

c) $\frac{x}{2x+1} = \frac{3}{4} + \frac{x+1}{2+4x}$

d) $\frac{5}{x-2} + \frac{3}{8-4x} = -\frac{17}{12}$

e) $\frac{2}{x^2-x} + \frac{3}{4-4x} = \frac{1}{2x}$

f) $\frac{x+1}{x} = \frac{2}{3x} + \frac{4}{5x}$

g) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} = \frac{5+x}{2x^2+2x}$

3. Typische (quadratische) Gleichungen aus der Jahrgangsstufe 9

Lösung mit der Mitternachtsformel

$ax^2 + bx + c = 0 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \frac{1}{2a}\cdot\left(-b \pm \sqrt{D}\right)$ falls $D = b^2 - 4ac \geq 0$

a) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

b) $3x^2 + 5x + 2 = 0$

c) $5x^2 - 2x - 3 = 0$

d) $4{,}5x^2 - 3x - 1 = 0$

4. Typische Aufgabe zu quadratischen Funktionen aus der Jahrgangsstufe 9

Bestimmen Sie die Nullstellen der quadratischen Funktionen (d.h. die Stellen, an denen die Parabel die x-Achse schneidet). Können Sie nun angeben, an welcher Stelle der Scheitel der Parabel liegt?

a) $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x - 4$

b) $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 4$

c) $f(x) = 5x^2 + 2{,}5x - 0{,}7$

d) $f(x) = 0{,}9x^2 - 6x - 5$

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Gleichungen (Wiederholung) * Lösungen

1. a) $x = \frac{1}{3}$ b) $x = \frac{120}{121}$ c) $x = 1\frac{2}{7}$ d) $x = 2$ e) $x = \frac{1}{2}$ f) $x = -\frac{16}{21}$

2. a) $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{x} \quad / \cdot x \cdot (x+1) \quad \Leftrightarrow \quad 5x = 3(x+1) \quad \Leftrightarrow \quad x = 1{,}5$

b) $\frac{2}{x} + \frac{5}{6} = \frac{9}{4x} \quad / \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3x \quad \Leftrightarrow \quad 2 \cdot 12 + 5 \cdot 2x = 9 \cdot 3 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0{,}3$

c) $\frac{x}{2x+1} = \frac{3}{4} + \frac{x+1}{2+4x} \quad / \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2x+1) \Leftrightarrow x \cdot 4 = 3 \cdot (2x+1) + (x+1) \cdot 2 \Leftrightarrow x = -1{,}25$

d) $\frac{5}{x-2} + \frac{3}{8-4x} = -\frac{17}{12} \quad / \cdot 3 \cdot 4 \cdot (x-2) \quad \Leftrightarrow \quad 5 \cdot 12 - 3 \cdot 3 = -17 \cdot (x-2) \Leftrightarrow x = -1$

e) $\frac{2}{x^2 - x} + \frac{3}{4-4x} = \frac{1}{2x} \quad / \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (x-1) \Leftrightarrow 2 \cdot 4 - 3 \cdot x = 1 \cdot 2 \cdot (x-1) \Leftrightarrow x = 2$

f) $\frac{x+1}{x} = \frac{2}{3x} + \frac{4}{5x} \quad / \cdot 3 \cdot 5 \cdot x \quad \Leftrightarrow \quad (x+1) \cdot 15 = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3 \Leftrightarrow x = \frac{7}{15}$

g) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} = \frac{5+x}{2x^2+2x} \quad / \cdot 2 \cdot x \cdot (x+1) \Leftrightarrow 1 \cdot 2x - 2 \cdot 2 \cdot (x+1) = 5 + x \Leftrightarrow x = -3$

3. a) $x_1 = 2{,}5$; $x_2 = -1$, d.h. $L = \{-1 ; 2{,}5\}$

b) $L = \{-1 ; -\frac{2}{3}\}$ c) $L = \{-0{,}6 ; 1\}$ d) $L = \{\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3}\sqrt{3}\}$

4. a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -2 \pm 2 \cdot \sqrt{3}$ d.h. der Scheitel liegt bei $x_S = -2$.

b) $f(x) = 0$ hat keine Lösung, denn $D = -4 < 0$

Die Lage des Scheitels ist damit nicht direkt erkennbar! Da die Parabel zur Aufgabe a) aber genau um 8 Einheiten unterhalb der Parabel von Aufgabe b) liegt, gilt $x_S = -2$.

c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -0{,}25 \pm 0{,}45$ also $x_1 = 0{,}2$ und $x_2 = -0{,}7$ und

der Scheitel liegt bei $x_S = -0{,}25$, also genau zwischen den beiden Nullstellen.

d) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{10}{3} \pm \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{3}$ d.h. der Scheitel liegt bei $x_S = \frac{10}{3}$.