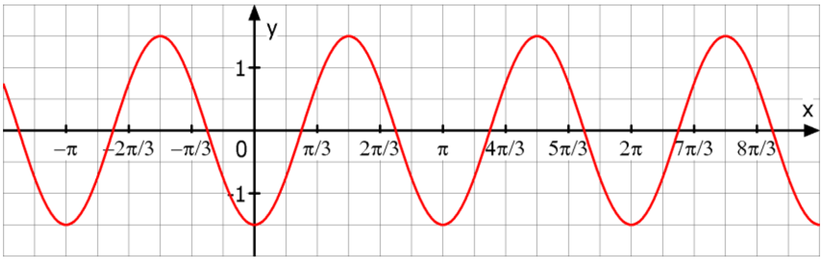
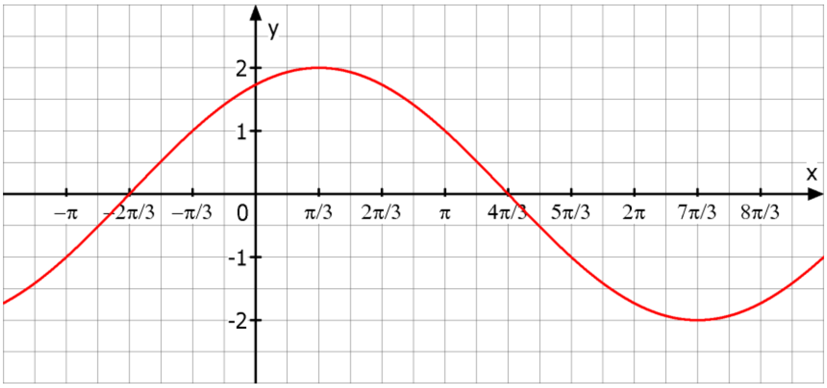
Mathematik * Klasse 10d * Sinus- und Kosinusfunktionen

Gib zu jedem Graph mindestens einen passenden Sinus- bzw. Kosinus-Funktionsterm an!

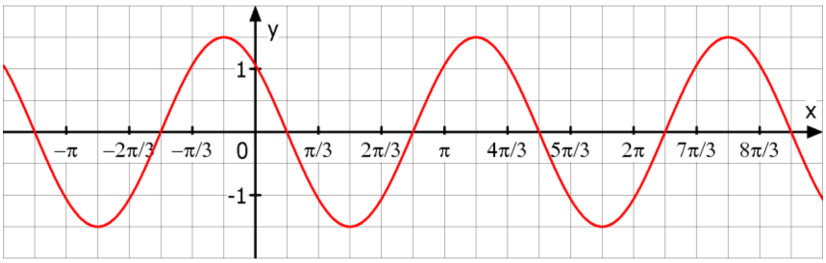
a)



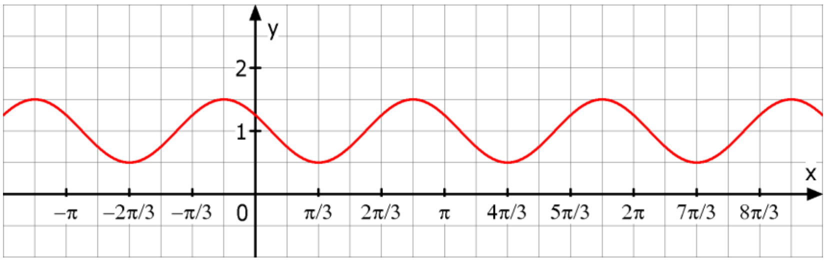
b)



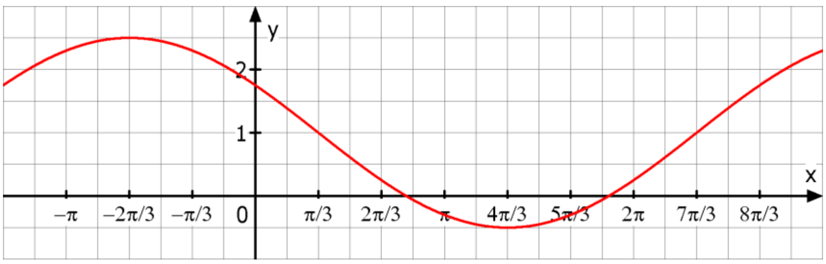
c)



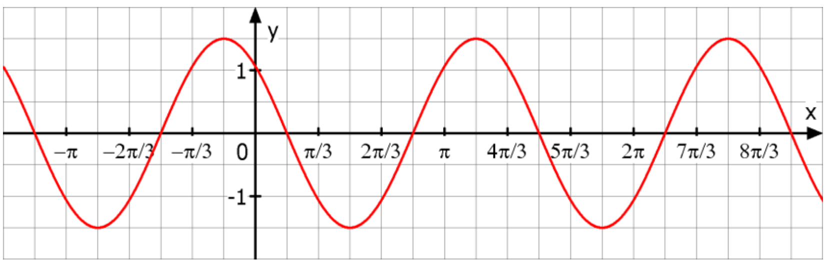
d)



e)



f)



Mathematik * Klasse 10d * Sinus- und Kosinusfunktionen * Lösungen

Ansatz: $y = a\cdot\sin(b\cdot x + c_1) + d$ bzw. $y = a\cdot\cos(b\cdot x + c_2) + d$

Hierbei sind $|a|$, $|b|$ und d eindeutig bestimmt, für c_1 und c_2 dagegen gibt es unendlich viele mögliche Werte.

a) Amplitude $a = 1{,}5$; Periodenlänge $\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{\pi} = 2$; Verschiebung in $y-$Richtung $d = 0$

wegen $y(0) = -1{,}5$ sieht man sofort $y = -1{,}5\cdot\cos(2\cdot x)$, man kann aber auch ansetzen

$y = 1{,}5\cdot\sin(2\cdot x + c_1)$ bzw. $y = 1{,}5\cos(2\cdot x + c_2)$ und dann wegen

$y(-\frac{\pi}{2}) = 1{,}5$ und $1{,}5\cdot\sin(\frac{\pi}{2}) = 1{,}5$ folgern $2\cdot(-\frac{\pi}{2}) + c_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c_1 = \frac{3}{2}\pi$

entsprechend $y(-\frac{\pi}{2}) = 1{,}5$ und $1{,}5\cdot\cos(0) = 1{,}5$ also $2\cdot(-\frac{\pi}{2}) + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = \pi$

also $y = 1{,}5\cdot\sin(2\cdot x + \frac{3}{2}\pi)$ bzw. $y = 1{,}5\cdot\cos(2\cdot x + \pi)$

b) Amplitude $a = 2$; Periodenlänge $4\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$; Verschiebung in $y-$Richtung $d = 0$

$y = 2\cdot\sin(0{,}5\cdot x + c_1)$ bzw. $y = 2\cos(0{,}5\cdot x + c_2)$

$y(\frac{\pi}{3}) = 2$ und $2\cdot\sin(\frac{\pi}{2}) = 2$ also $0{,}5\cdot(\frac{\pi}{3}) + c_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c_1 = \frac{1}{3}\pi$

$y(\frac{\pi}{3}) = 2$ und $2\cdot\cos(0) = 2$ also $0{,}5\cdot(\frac{\pi}{3}) + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -\frac{1}{6}\pi$

$y = 2\cdot\sin(0{,}5\cdot x + \frac{1}{3}\pi)$ bzw. $y = 2\cos(0{,}5\cdot x - \frac{1}{6}\pi)$

c) Amplitude $a = 1{,}5$; Periodenlänge $\frac{4}{3}\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}\pi} = \frac{3}{2}$; Verschiebung in $y-$Richtung $d = 0$

$y = 1{,}5\cdot\sin(1{,}5\cdot x + c_1)$ bzw. $y = 1{,}5\cos(1{,}5\cdot x + c_2)$

$y(\frac{7\pi}{6}) = 1{,}5$ und $1{,}5\cdot\sin(\frac{\pi}{2}) = 1{,}5$ also $1{,}5\cdot(\frac{7\pi}{6}) + c_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c_1 = -\frac{5}{4}\pi$

$y(\frac{7\pi}{6}) = 1{,}5$ und $1{,}5\cdot\cos(0) = 1{,}5$ also $1{,}5\cdot(\frac{7\pi}{6}) + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -\frac{7}{4}\pi$

$y = 1{,}5\cdot\sin(1{,}5\cdot x - \frac{5}{4}\pi)$ bzw. $y = 1{,}5\cos(1{,}5\cdot x - \frac{7}{4}\pi)$

Mit entsprechender Rechnung erhält man für die restlichen Graphen z.B. folgende Funktionsterme:

d) $y = 0{,}5\cdot\sin(2\cdot x + \frac{5}{6}\pi)$ bzw. $y = 0{,}5\cos(2\cdot x + \frac{1}{3}\pi)$

e) $y = 1{,}5\cdot\sin(0{,}5\cdot x + \frac{5}{6}\pi)$ bzw. $y = 1{,}5\cos(0{,}5\cdot x + \frac{1}{3}\pi)$

f) $y = 1{,}5\cdot\sin(1{,}5\cdot x + \frac{3}{4}\pi)$ bzw. $y = 1{,}5\cos(1{,}5\cdot x + \frac{1}{4}\pi)$