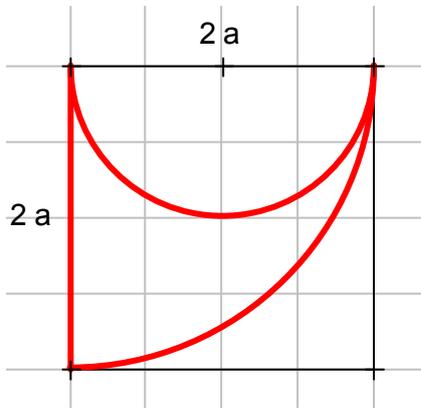


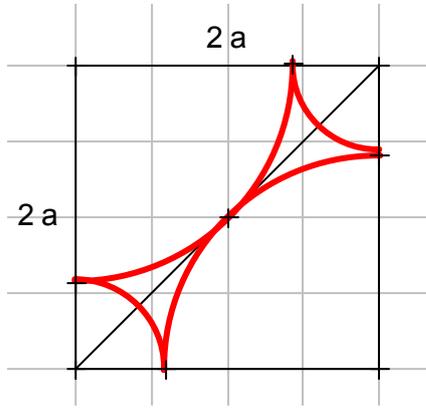
# Mathematik \* Jahrgangsstufe 10 \* Aufgaben zu Kreisfläche und Kreisumfang

1. Die dargestellten rot umrandeten Figuren sind in ein Quadrat der Seitenlänge  $2a$  eingeschrieben. Bestimmen Sie jeweils die zu den Kreisbögen gehörenden Radien in Vielfachen von  $a$  und berechnen Sie dann den Umfang in Vielfachen von  $a$  und den Flächeninhalt in Vielfachen von  $a^2$ .

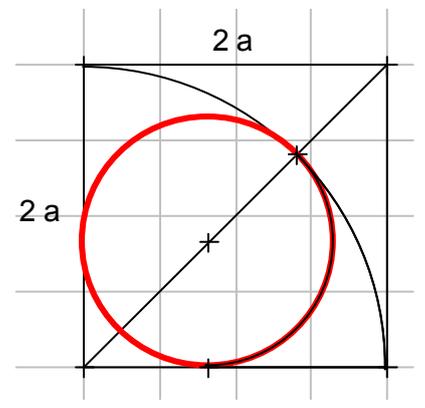
a)



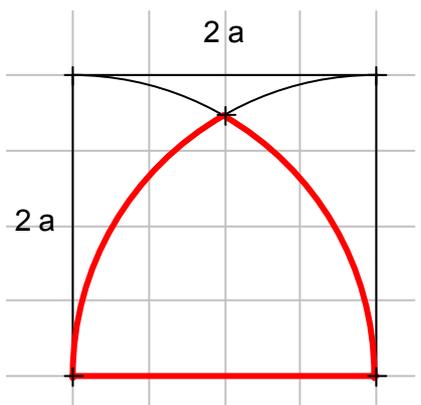
b)



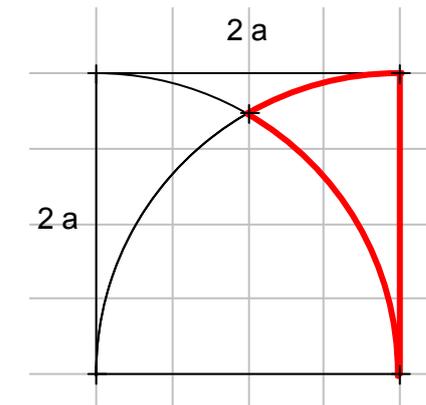
c) Für Experten!



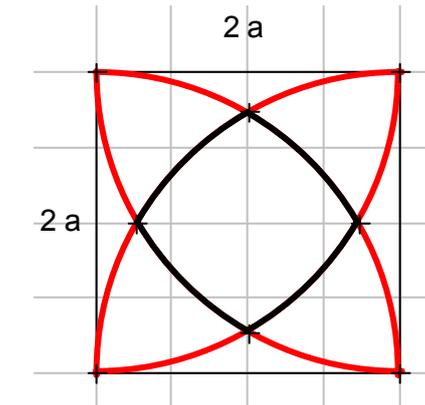
d)



e)

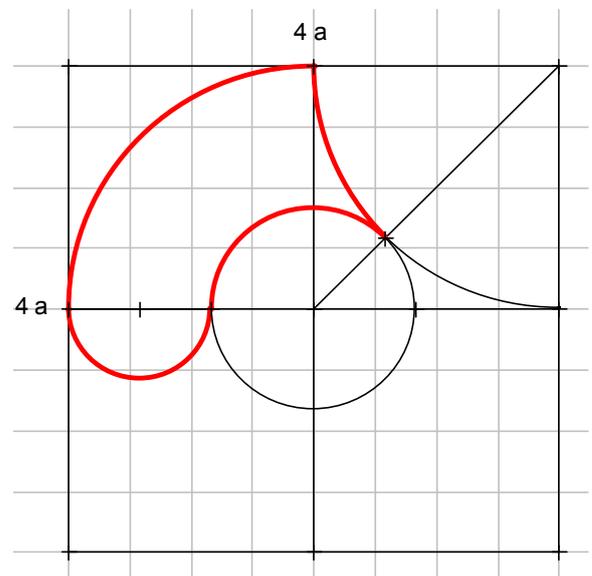


f) Für Experten!



2. Bestimmen Sie den Umfang und den Flächeninhalt der rot gezeichneten Figur in Vielfachen der Länge  $a$  bzw. in Vielfachen des Flächeninhalts  $a^2$ .

Die Figur ist dem großen Quadrat der Kantenlänge  $4a$  eingeschrieben!



Mathematik \* Jahrgangsstufe 10 \* Aufgaben zu Kreisfläche und Kreisumfang \* Lösungen

1. a)  $U = (2 + 2\pi) \cdot a$  ;  $F = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2$



b)  $r_1 = \sqrt{2} \cdot a$  ;  $r_2 = 2a - r_1 = (2 - \sqrt{2}) \cdot a$  ;  $U = 2 \cdot \pi \cdot a$

$$F = (2a)^2 - \frac{1}{2} \cdot r_1^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r_2^2 \cdot \pi = (4 - 4 \cdot \pi + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi) \cdot a^2 \approx 0,3 \cdot a^2$$

c)  $r + \sqrt{2} \cdot r = 2 \cdot a \Rightarrow r = 2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a$  ;  $U = 4 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a \approx 5,2 \cdot a$

$$F = 4 \cdot (3 - 2\sqrt{2}) \cdot \pi \cdot a^2 \approx 2,2 \cdot a^2$$

d) Hinweis: Für die Höhe  $h$  im gleichseitigen Dreieck der Seitenlänge  $2a$  gilt:  $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a$ .

$$U = (2 + \frac{4}{3} \cdot \pi) \cdot a \approx 6,2 \cdot a$$
 ;  $F = \frac{1}{6} \cdot (2a)^2 \cdot \pi + (\frac{2}{3} \cdot \pi - \sqrt{3}) \cdot a^2 = (\frac{4}{3} \cdot \pi - \sqrt{3}) \cdot a^2 \approx 2,5 \cdot a^2$

e)  $U = (\pi + 2) \cdot a \approx 5,1 \cdot a$  ;  $F = \frac{1}{4} \cdot (2a)^2 \cdot \pi - F_{\text{von 1d}} = (\sqrt{3} - \frac{1}{3} \cdot \pi) \cdot a^2 \approx 0,7 \cdot a^2$

f)  $U = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot a \approx 8,4 \cdot a$  ;

$$F = (2a)^2 - 4 \cdot F_1 \text{ mit } F_1 = (2a)^2 - \frac{1}{4} \cdot (2a)^2 \cdot \pi - F_{\text{von 1e}} = (4 - \frac{2}{3} \cdot \pi - \sqrt{3}) \cdot a^2$$

$$F = 4 \cdot (\sqrt{3} + \frac{2}{3} \cdot \pi - 3) \cdot a^2 \approx 3,3 \cdot a^2$$

2.  $r_1 = 2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a$  ;  $r_2 = \frac{1}{2} \cdot (2a - r_1) = (2 - \sqrt{2}) \cdot a$

$$U = (2 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}) \cdot \pi \cdot a \approx 8,5 \cdot a$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot (2a)^2 + \frac{1}{4} \cdot (2a)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot r_2^2 \cdot \pi - \frac{3}{8} \cdot r_1^2 \cdot \pi - \frac{1}{8} \cdot (2a)^2 \cdot \pi = (2 + \sqrt{2} \cdot \pi - \pi) \cdot a^2 \approx 3,3 \cdot a^2$$