Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Oberflächeninhalt der Kugel

Die gekrümmte Kugeloberfläche lässt sich nicht in die Ebene abwickeln.
Den Inhalt der Kugeloberfläche kann man herausfinden, wenn man die Kugeloberfläche in n kleine, ebene Teilflächen mit der Grundfläche G_i zerlegt.
Verbindet man die Ecken dieser Teilflächen mit dem Mittelpunkt der Kugel, so entstehen Pyramiden, deren Höhe h angenähert dem Kugelradius r entspricht.
Je kleiner die Teilflächen gewählt werden, umso besser stimmt h mit r überein und umso genauer entspricht das Volumen aller Pyramiden zusammen dem Kugelvolumen und die Summe aller Grundflächen der Kugeloberfläche.

$$V_{Kugel} \approx \frac{1}{3}\cdot G_1 \cdot h + \frac{1}{3}\cdot G_2 \cdot h + \ldots + \frac{1}{3}\cdot G_n \cdot h = \frac{1}{3}\cdot (G_1 + G_2 + \ldots + G_n)\cdot h \approx \frac{1}{3}\cdot A_{Kugel}\cdot r$$

$$V_{Kugel} = \frac{1}{3}\cdot A_{Kugel}\cdot r \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}\cdot r^3 \cdot \pi = \frac{1}{3}\cdot A_{Kugel}\cdot r \quad \Rightarrow \quad A_{Kugel} = 4\cdot r^2 \cdot \pi$$

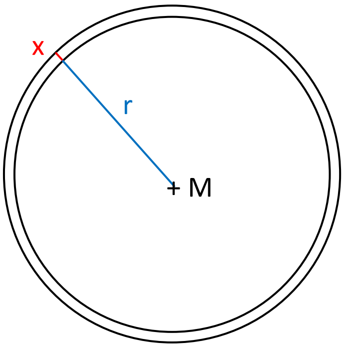
Merke: Für den Oberflächeninhalt A_{Kugel} einer Kugel mit Radius r gilt:

$$\boxed{A_{Kugel} = 4\cdot r^2 \cdot \pi}$$

Peter hat eine andere Idee, wie er den Oberflächeninhalt einer Kugel ermittelt.

Erklären Sie seinen Ansatz!

$$A_{Kugel}\cdot x \approx \frac{4}{3}\cdot (r+x)^3 \cdot \pi - \frac{4}{3}\cdot r^3 \cdot \pi$$



Zeigen Sie, dass aus dem Ansatz

$$A_{Kugel}\cdot x \approx 4\cdot \pi \cdot x \cdot (r^2 + r\cdot x + \frac{1}{3}\cdot x^2)$$

folgt.

Warum erhält man nun ebenfalls

$$A_{Kugel} = 4\cdot r^2 \cdot \pi \ ?$$

Aufgabe: Eine Seifenblase mit dem Durchmesser 11cm entsteht aus einem kugelförmigen Tropfen Seifenlauge mit dem Radius 3mm.
Berechnen Sie die Dicke der Seifenblasenhaut.