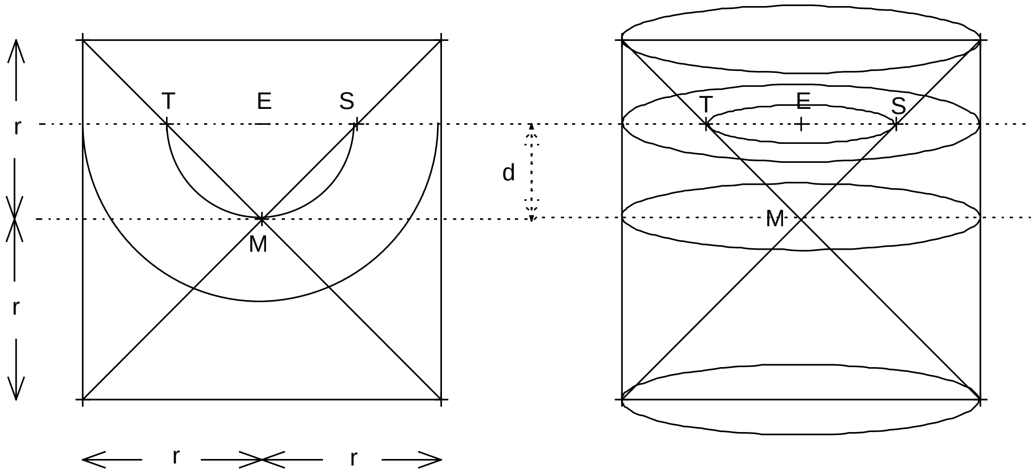
Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Bestimmung des Kugelvolumens

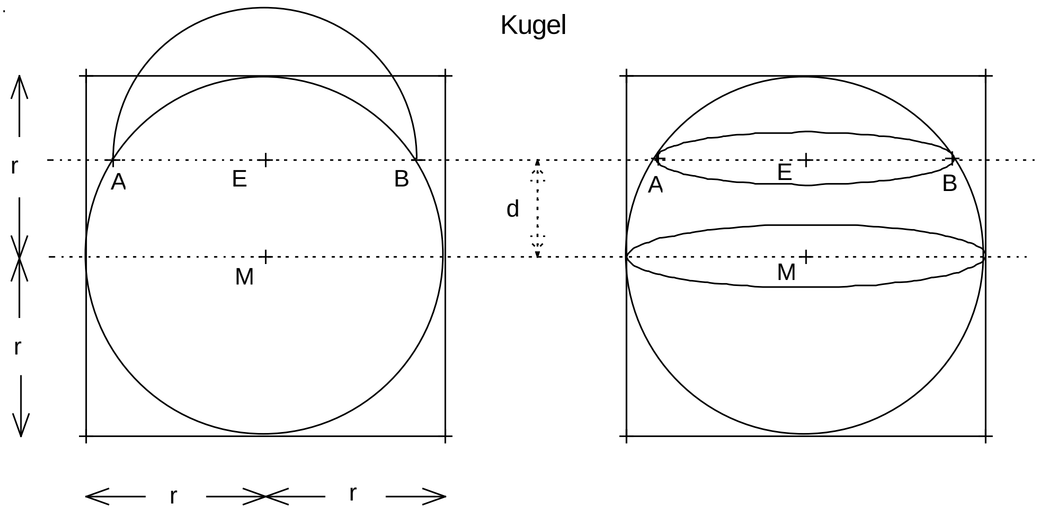
Eine Zylinder ohne Doppelkegel (Höhe 2 r , Radius r) und eine Kugel (Radius r) werden jeweils im Abstand d von der Mittelebene von einer Ebene geschnitten. Als Schnittfiguren treten dabei ein Ring bzw. ein Kreis auf.
Zeigen Sie, dass für jedes d der Flächeninhalt des Ringes genau dem Flächeninhalt des Kreises entspricht! Nach dem Cavalierischen Prinzip gilt daher: $V_{Kugel} = V_{Zylinder} - V_{Doppelkegel}$

Zylinder ohne Doppelkegel



$\overline{TE} = \overline{ES} =$ $\qquad$ $F_{Ring} =$

Kugel



$\overline{AE}^{\,2} + d^2 =$ $\qquad$ $F_{Kreis} =$

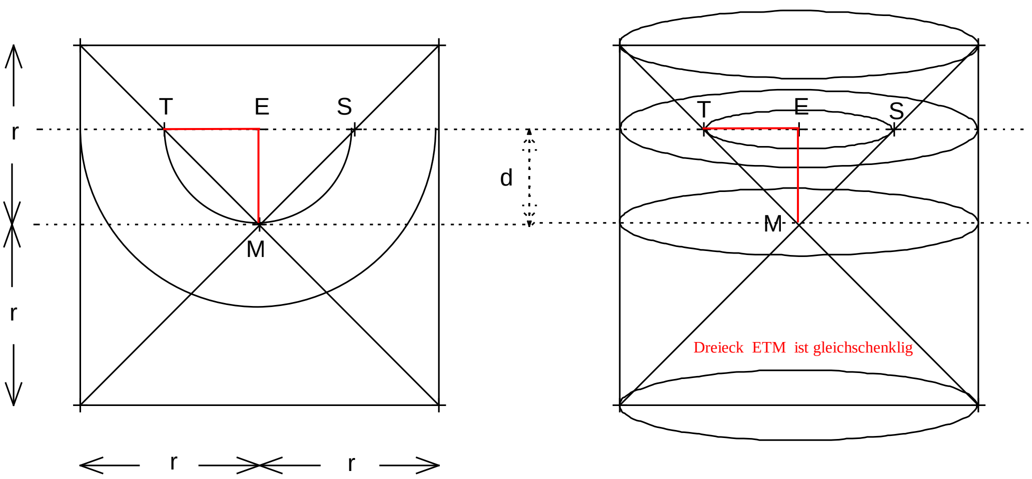
$\overline{AE}^{\,2} =$ $\qquad$ $F_{Kreis} =$

$\mathbf{V_{Kugel} = V_{Zylinder} - V_{Doppelkegel} =}$

Volumen einer Kugel mit Radius r : $\mathbf{V_{Kugel} =}$

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Bestimmung des Kugelvolumens

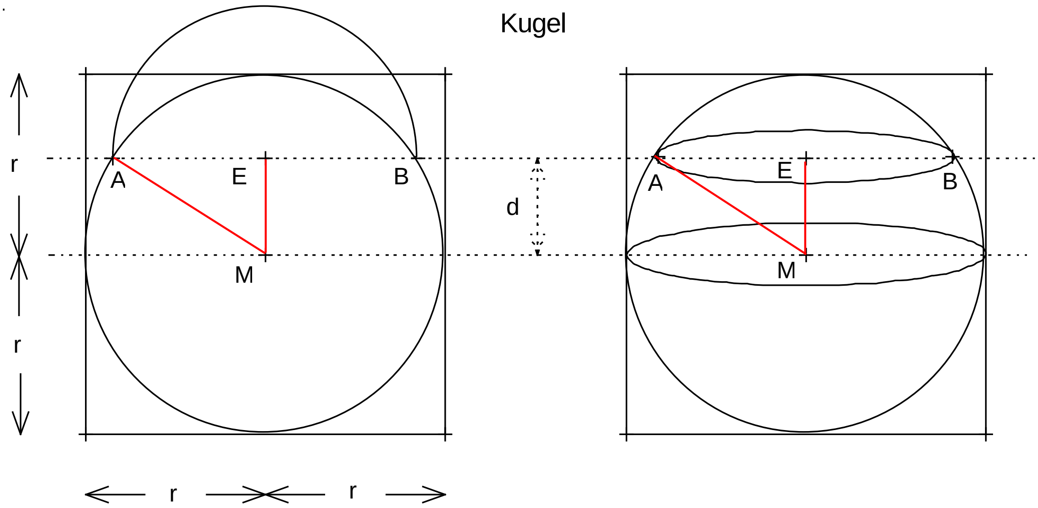
Zylinder ohne Doppelkegel



$\overline{TE} = \overline{ES} = \overline{EM} = d$

$F_{Ring} = r^2 \cdot \pi - d^2 \cdot \pi$

Kugel



$\overline{AE}^{\,2} + d^2 = r^2$

$\overline{AE}^{\,2} = r^2 - d^2$

$F_{Kreis} = \overline{AE}^{\,2} \cdot \pi$

$F_{Kreis} = (r^2 - d^2) \cdot \pi = r^2 \cdot \pi - d^2 \cdot \pi$

$$V_{Kugel} = V_{Zylinder} - V_{Doppelkegel} = r^2 \cdot \pi \cdot 2r - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot r = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

Volumen einer Kugel mit Radius r : $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$