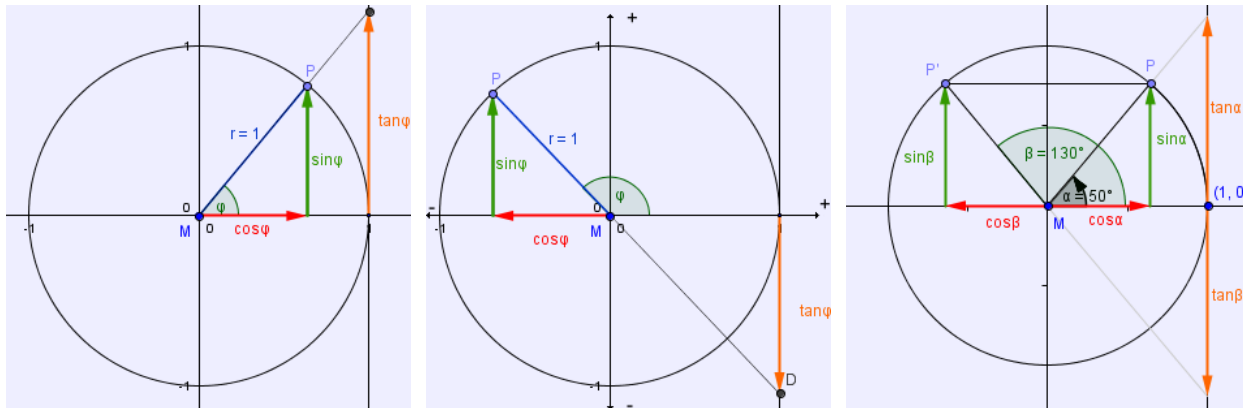


Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Merke dir folgende Sinus- und Kosinuswerte!

Winkel φ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(\varphi)$	$0 = \frac{1}{2}\sqrt{0}$	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$1 = \frac{1}{2}\sqrt{4}$
$\cos(\varphi)$	$1 = \frac{1}{2}\sqrt{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{1}$	$0 = \frac{1}{2}\sqrt{0}$



1. Bestimme ohne Taschenrechner mit Hilfe einer Zeichnung die folgenden Sinus- bzw. Kosinuswerte.

$$\sin(210^\circ), \sin(225^\circ), \sin(120^\circ), \sin(135^\circ),$$

$$\cos(210^\circ), \cos(225^\circ), \cos(120^\circ), \cos(135^\circ)$$



2. Bestimme alle Winkel $\varphi \in [0^\circ; 360^\circ[$, die folgende Gleichung erfüllen.

Löse die die Aufgaben a bis d ohne Taschenrechner!

a) $\cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\sin \varphi = -0,5$ c) $\sin \varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d) $\cos \varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

e) $\cos \varphi = -0,65$ f) $\sin \varphi = \frac{2}{3}$ g) $\sin \varphi = -\frac{1}{5}\sqrt{5}$ h) $\cos \varphi = \frac{11}{13}$

i) $\cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{5}$ j) $\sin \varphi = -0,88$ k) $\sin 2\varphi = -1,1$ l) $\cos \varphi = 0,2$

3. Bestimme alle Winkel $\varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$, die folgende Gleichung erfüllen.

a) $\sin(2\varphi) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\cos(\frac{1}{2}\varphi) = 0,5$

c) $\sin(\frac{1}{3}\varphi) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d) $\cos(3\varphi) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$



Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Sinus und Kosinus am Einheitskreis * Lösungen

$$1. \quad \sin 210^\circ = -\sin 150^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}; \quad \sin 225^\circ = -\sin 135^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos 210^\circ = \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \cos 225^\circ = \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}; \quad \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$2. \quad a) \quad \cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow \varphi_1 = 30^\circ; \quad \varphi_2 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$

$$b) \quad \sin \varphi = -0,5 \Leftrightarrow \varphi_1 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ; \quad \varphi_2 = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$$

$$c) \quad \sin \varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow \varphi_1 = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ; \quad \varphi_2 = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

$$d) \quad \cos \varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \Leftrightarrow \varphi_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ; \quad \varphi_2 = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$$

$$e) \quad \cos \varphi = -0,65 \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 130,54\dots^\circ = 180^\circ - 49,46^\circ; \quad \varphi_2 \approx 180^\circ + 49,46^\circ = 229,46^\circ$$

$$f) \quad \sin \varphi = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 41,81^\circ; \quad \varphi_2 \approx 180^\circ - 41,81^\circ = 138,19^\circ$$

$$g) \quad \sin \varphi = -\frac{1}{5}\sqrt{5} \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 333,43^\circ = 360^\circ - 26,57^\circ; \quad \varphi_2 \approx 180^\circ + 26,57^\circ = 206,57^\circ$$

$$h) \quad \cos \varphi = \frac{11}{13} \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 32,20^\circ; \quad \varphi_2 \approx 360^\circ - 32,20^\circ = 327,80^\circ$$

$$i) \quad \cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{5} > 1 \text{ daher keine Lösung!}$$

$$j) \quad \sin \varphi = -0,88 \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 298,36^\circ = 360^\circ - 61,64^\circ; \quad \varphi_2 \approx 180^\circ + 61,64^\circ = 241,64^\circ$$

$$k) \quad \sin 2\varphi = -1,1 \Leftrightarrow -1,1 < -1 \text{ daher keine Lösung!}$$

$$l) \quad \cos \varphi = 0,2 \Leftrightarrow \varphi_1 \approx 78,46^\circ; \quad \varphi_2 \approx 360^\circ - 78,46^\circ = 281,54^\circ$$

$$3. \quad a) \quad \sin(2\varphi) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow 2\varphi_1 = 60^\circ \text{ und } 2\varphi_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Leftrightarrow \varphi_1 = 30^\circ \text{ und } \varphi_2 = 60^\circ$$

$$b) \quad \cos\left(\frac{1}{2}\varphi\right) = 0,5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\varphi_1 = 30^\circ \text{ und } \frac{1}{2}\varphi_2 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ \Leftrightarrow \varphi_1 = 60^\circ \text{ (} \varphi_2 = 660^\circ \notin G \text{)}$$

$$c) \quad \sin\left(\frac{1}{3}\varphi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\varphi_1 = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ; \quad \frac{1}{3}\varphi_2 = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

keine Lösung, da $\varphi_1 = 900^\circ \notin G$ und $\varphi_1 = 720^\circ \notin G$

$$d) \quad \cos(3\varphi) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \Leftrightarrow 3\varphi_1 = 135^\circ \text{ und } 3\varphi_2 = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ \text{ und } 3\varphi_3 = 360^\circ + 135^\circ = 495^\circ$$

$$\Leftrightarrow \varphi_1 = \frac{135^\circ}{3} = 45^\circ \text{ und } \varphi_2 = \frac{225^\circ}{3} = 75^\circ \text{ und } \varphi_3 = \frac{495^\circ}{3} = 165^\circ$$

