

Q11 * Mathematik * Rechnen mit Logarithmen (Wiederholung)

Definition von Logarithmen: $\log_b(x) = a \Leftrightarrow b^a = x$ (Hierbei gilt: $x > 0$ und $b > 0$)

Es gelten die folgenden Gesetze: $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$



$$\log_b(x : y) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

$$\log_b(x^y) = y \log_b(x)$$

$$\log_c(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(c)}$$

Exponentialgleichungen kann man oft sehr einfach durch "Logarithmieren" lösen:

$$5^{4x-3} = 2 \Leftrightarrow \lg(5^{4x-3}) = \lg(2) \Leftrightarrow (4x-3) \cdot \lg(5) = \lg(2) \Leftrightarrow 4x = \frac{\lg(2)}{\lg(5)} + 3 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\lg(2)}{4 \cdot \lg(5)} + \frac{3}{4} \quad (= -0,64233086... \approx -0,642)$$

Aufgaben:

1. Es gilt $\log_2(32) = 5$, denn $2^5 = 32$. Bestimmen Sie ebenso ohne Taschenrechner:

a) $\log_2(0,25) =$

b) $\log_4(2) =$

c) $\log_8(0,5) =$

d) $\log_{10}(100000) =$

e) $\log_{10}(0,001) =$

f) $\log_{0,01}(100) =$

2. Lösen Sie die folgenden Gleichungen! (Prüfen Sie, ob die berechnete Lösung erlaubt ist!)

a) $\lg(3x + 1) = 1$

b) $\log_4(2x - 1) = 3$

c) $\lg(x^2 + 36) = 2$

d) $2 \lg(x) = \lg(x + 6)$

e) $\log_2(x^2 - 9) = 4$

f) $\log_3(x^2 - 4) - \log_3(x + 2) = 1$

g) $\log_3(x + 7) - \log_3(x - 1) = 2$

h) $\log_3(x - 1) - \log_3(x + 7) = 2$

i) $\log_5(4x - 5) = \log_5(x^2 - 2)$

j) $\lg(x + 3) + \lg(x - 1) = \lg(x) + 1$

3. Lösen Sie die folgenden Gleichungen! Runden Sie Endergebnisse auf Tausendstel genau!

a) $2^x = 20$

b) $3,5^x = 8,5$

c) $0,45^x = 5$

d) $20^x = 2$

e) $7^x = 0,7$

f) $3^x = 7^{-1}$

g) $10^{-x} = 0,8$

h) $10^{-x+1} = 2,5$

i) $10^{-2x} = 0,75$

j) $2^{3x} = 3^{2x}$

k) $4 \cdot 2^{x-3} = 3^{5-x}$

l) $2 + 3^{4x+5} = 6^2$

m) $2^{2x} + 16 = 10 \cdot 2^x$ (Substitution!)

n) $2^{2x} - 32 = 4 \cdot 2^x$

o) $2 \cdot 3^{2x} - 117 = 5 \cdot 3^x$

p) $3 \cdot 2^{2x-1} + 5 \cdot 2^{x+3} = 86$

Lösungen:

1. a) -2

b) 0,5

c) $-\frac{1}{3}$

d) 5

e) -3

f) -1

2. a) $x = 3$

b) $x = 32,5$

c) $x_{1/2} = \pm 8$

d) $x = 3$

e) $x_{1/2} = \pm 5$

f) $x = 5$

g) $x = 2$

h) $L = \{\}$

i) $x = 3$

j) $x = 4 + \sqrt{19}$

3. a) 4,322

b) 1,708

c) -2,016

d) 0,231

e) -0,183

f) -1,771

g) 0,097

h) 0,602

i) 0,062

j) $x = 0$

k) 3,453

l) -0,448

m) $x_1 = 1; x_2 = 3$

n) $x = 3$

o) $x = 2$

p) $x = 1$