

Fördergruppe Mathematik * Jahrgangsstufe 7 * Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:

Füge die Zahlen 1, 2, 3, ..., 100 zu einer einzigen Zahl zusammen:

12345678910111213 ... 9899100

Streiche nun 100 Ziffern so, dass die verbleibende Zahl möglichst groß wird. Aus wie vielen Ziffern besteht diese Zahl und wie sieht sie aus?

Aufgabe 2:

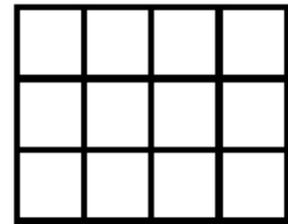
Nach dem Krieg waren Zigarettenstummel, auch Kippen genannt, eine begehrte Ware. Aus drei Stummeln konnte man sich nämlich wieder eine neue Zigarette drehen.

Zu Weihnachten bekamen Großvater 25 Zigaretten und Vater 24 Zigaretten geschenkt.

Wie viele Zigaretten konnte jeder von seinem Anteil insgesamt rauchen, wenn dabei alles gerecht zugeht?

Aufgabe 3:

Iris legt mit 31 Streichhölzern das nebenstehende Rechteck aus lauter Quadraten. Anja darf nun so lange Streichhölzer wegnehmen, wie diese hintereinander liegen (gerade oder auch um die Ecke).



Anja möchte möglichst viele Hölzchen bekommen.

Zeige Anja durch geeignetes Nummerieren, welche Hölzchen sie der Reihe nach wegnehmen könnte!

Nun spielt Anja gegen Iris. Abwechselnd darf jede so viele Hölzchen wegnehmen, wie sie möchte, solange diese hintereinander liegen. Diejenige verliert, die das letzte Hölzchen nehmen muss. Wie kann Anja gewinnen, wenn sie anfangen darf?

Aufgabe 4:

Mr. Glovemaker steht vor einem Wäschekorb, in dem sich – völlig ungeordnet – 16 Paar weiße und 16 Paar schwarze Handschuhe befinden. Es ist vollkommen dunkel, Mr. Glovemaker kann aber durch Befühlen eines Handschuhs erkennen, ob es sich um einen linken oder rechten Handschuh handelt.

Mr. Glovemaker benötigt dringend ein Paar passende Handschuhe.

Wie viele Handschuhe muss Mr. Glovemaker bei richtiger Auswahl *mindestens* mitnehmen, damit sich darunter *mit Sicherheit* mindestens ein Paar *einfarbige* Handschuhe befindet?

Die Antwort ist vollständig zu begründen.

Quelle: Fünfte und sechste
Fürther Mathematik-Olympiade
Kl. 5/6 Runde 1
1996/97 und 1997/98



Lösungen zum Aufgabenblatt 1 * Fördergruppe Mathematik * Jahrgangsstufe 7

Aufgabe 1

Die Ausgangszahl wird zusammengesetzt aus 9 einstelligen (1-9) und aus 90 zweistelligen (10-99) Zahlen, sowie aus einer dreistelligen Zahl (100). Also enthält die Ausgangszahl $9 \cdot 2 \cdot 90 + 3 + \times = 192$ Ziffern. Also besteht die verbleibende Zahl aus 92 Ziffern.

Damit die verbleibende Zahl möglichst groß wird, muss an möglichst vielen Anfangsstellen die Ziffer 9 stehen.

Man streicht deshalb die Ziffern von 1 bis 8 (8 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 10 bis 18 und die 1 von 19 (18+1 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 20 bis 28 und die 2 von 29 (18+1 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 30 bis 38 und die 3 von 39 (18+1 Ziffern) und dann noch die Ziffern der Zahlen 40 bis 48 und die 4 von 49 (18+1 Ziffern).

Bis jetzt wurden $8 + 4 \times 19 = 84$ Ziffern gestrichen, wodurch die Ziffer 9 5-mal stehen bleibt:

Es entsteht zunächst eine Zahl der Form 9999950515253545556575859 ... 99100.

Da noch genau 16 Ziffern gestrichen werden müssen, wird die Zahl genau dann möglichst groß, wenn man von den folgenden Zahlen 50 bis 58 alle Ziffern außer 7 und 8 streicht.

Insgesamt erhält man deshalb die Zahl 999997859606162 ... 9899100.

Aufgabe 2

a) Betrachtet man Großvater und Vater getrennt, so geht aus folgender Aufstellung hervor, dass der Großvater insgesamt 37 und der Vater 35 Zigaretten rauchen kann.

b) Die Aufgabenstellung lässt es aber zu, dass der Großvater dem Vater seine restliche Kippe leiht, der Vater mit dieser und seinen restlichen zwei Kippen noch eine Zigarette raucht und die übrig gebliebene Kippe dem Großvater wieder zurückgibt.

	gerauchte Zigaretten	entsteh. Kippen	Kippen gesamt	neue Zigaretten	restliche Kippen
Großvater	25	25	25	8	1
	8	8	9	3	0
	3	3	3	1	0
	1	1	1	0	1
Vater	24	24	24	8	0
	8	8	8	2	2
	2	2	4	1	1
	1	1	2	0	2

Also kann der **Großvater 37 Zigaretten** und der **Vater 36 Zigaretten** rauchen.

Aufgabe 3

Anja kann maximal 27 Hölzchen wegnehmen.

In nebenstehender Abbildung ist ein möglicher (nummerierter) Weg angegeben.

Anja nimmt 26 Hölzchen so weg, dass 5 einzeln liegende Hölzchen übrig bleiben (z.B. 1-26).

Nun kann abwechselnd nur je eines genommen werden, wobei Iris das 1., das 3. und das 5. und damit das letzte Hölzchen nehmen muss.

2	1 4	5 6	8	9 10
	3		7	11
	25	24 23 22	17	12 13
26	20 21	18	16 14	15
	27	19		

Aufgabe 4

Mr. Glovemaker muss mindestens 17 linke und einen rechten Handschuh (oder umgekehrt) herausnehmen.

Nimmt Mr. Glovemaker nur 16 linke (bzw. rechte) Handschuhe heraus, könnten diese im ungünstigsten Fall alle dieselbe Farbe haben. Nimmt er einen weiteren linken Handschuh heraus, so müssen sich unter den 17 ausgewählten linken Handschuhen mindestens zwei befinden, die verschiedene Farben haben. Deshalb genügt das Ziehen eines weiteren rechten (bzw. linken) Handschuhs, um ein Paar gleichfarbige passende Handschuhe zu erhalten.