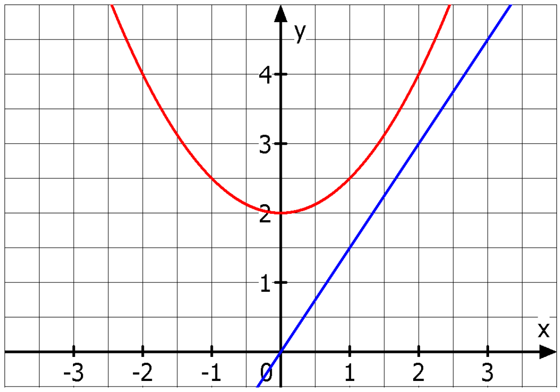
3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9b, 19.04.2010

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung:
   a) $x^3 = -56$ b) $x^4 = 48$ c) $x^6 = -64$

2. Vereinfache jeweils und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise mit rationalem Nenner an!
   a) $\dfrac{\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[6]{100000}}{\sqrt[4]{50}}$ b) $\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}$

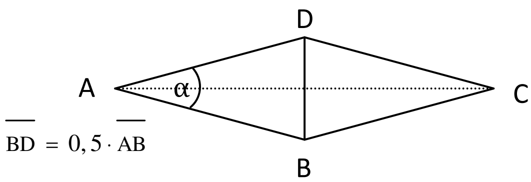
3. Das Bild zeigt den Graphen einer Ursprungsgeraden g und der Parabel mit der Funktionsgleichung $p(x) = 0{,}5x^2 + 2$.



   a) Gib die Funktionsgleichung der Geraden g an und begründe mit einer Rechnung, dass sich die Gerade und die Parabel nicht schneiden.
   b) Unter welchem Winkel φ schneidet die Gerade die x-Achse? (Runde auf $0{,}1^\circ$ genau!)
   c) Wie müsste man die Steigung m einer Ursprungsgeraden wählen, damit diese dann die Parabel berührt?
   Löse die Aufgabe mit einer Rechnung und gib alle Lösungen für m an!

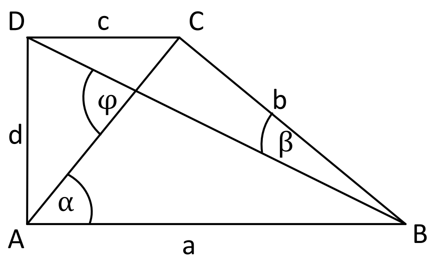
4. Der Osterhase hat rote, grüne und blaue Ostereier versteckt.
   Die Anzahl der blauen Eier ist halb so groß wie die Summe der grünen und roten Eier und die Anzahl der roten Eier ist um 14 kleiner als die Summe der blauen und grünen Eier.
   Die dreifache Anzahl der grünen Eier ist um 4 kleiner als die Summe der roten und blauen Eier.
   Wie viele Eier hat der Osterhase insgesamt versteckt?

5. Bei einer Raute ABCD ist die Diagonale [BD] halb so lang wie die Seite [AB].
   Berechne den Innenwinkel α dieser Raute.
   Runde auf $0{,}1^\circ$ genau!



Beide Zeichnungen sind nicht maßstäblich!

6. Das Bild zeigt ein Trapez ABCD mit $\sphericalangle BAD = \sphericalangle ADC = 90^\circ$ und $a = 8$, $c = 3$ und $d = 4$.
   a) Berechne auf $0{,}1^\circ$ genau den Winkel $\alpha = \sphericalangle BAC$.
   b) Berechne und den Winkel $\beta = \sphericalangle CBD$ und den Schnittwinkel φ der beiden Diagonalen auf $0{,}1^\circ$ genau.



Aufgabe	1a	b	c	2a	b	3a	b	c	4	5	6a	b	Summe
Punkte	2	2	2	4	3	3	2	4	7	4	3	6	42

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9b, 19.04.2010 * Lösung

1. a) $x^3 = -56 \Leftrightarrow x = -\sqrt[3]{56} = -2\cdot\sqrt[3]{7}$

b) $x^4 = 48 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt[4]{48} = \pm 2\cdot\sqrt[4]{3}$

c) $x^6 = -64$ hat keine Lösung! Also $L = \{\ \}$

2. a) $$\frac{\sqrt[3]{100}\cdot\sqrt[6]{100000}}{\sqrt[4]{50}} = \left(2^2\cdot 5^2\right)^{1/3}\cdot\left(2^5\cdot 5^5\right)^{1/6}\cdot\left(2\cdot 5^2\right)^{-1/4} = 2^{2/3+5/6-1/4}\cdot 5^{2/3+5/6-2/4} =$$

$$2^{8/12+10/12-3/12}\cdot 5^{4/6+5/6-3/6} = 2^{15/12}\cdot 5^{6/6} = 5\cdot 2\cdot 2^{1/4} = 10\cdot\sqrt[4]{2}$$

b) $$\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}} = 2^{5/6}\cdot 2^{-3/2} = 2^{5/6-9/6} = 2^{-4/6} = 2^{-2/3} = 2^{-1+1/3} = \frac{2^{1/3}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$

3. a) Gerade g: $g(x) = 1{,}5\cdot x$

Schnitt von Parabel und Gerade:

$0{,}5x^2 + 2 = 1{,}5x \Leftrightarrow 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 0$ mit $D = 3^2 - 4\cdot 1\cdot 4 = -7$

Die Diskriminante D dieser quadratischen Gleichung ist negativ, also hat diese Gleichung keine Lösung und die Gerade und die Parabel haben damit keine gemeinsamen Punkte.

b) $\tan(\varphi) = 1{,}5$ (Steigung der Geraden) $\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(1{,}5) = 56{,}309..^\circ \approx 56{,}3^\circ$

c) $0{,}5x^2 + 2 = mx$ darf nur genau eine Lösung haben!

$0{,}5x^2 + 2 = mx \Leftrightarrow 0{,}5x^2 - mx + 2 = 0$ und es muss gelten $D = m^2 - 4\cdot 0{,}5\cdot 2 \overset{!}{=} 0$

$m^2 - 4 \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m_{1/2} = \pm 2$ (zwei Lösungen!)

4. (1) $2b = g + r \quad\Rightarrow\quad r = 2b - g$ in (2) und (3)

(2) $r = b + g - 14$ (2) $2b - g = b + g - 14 \Rightarrow b = 2g - 14$ in (3)

(3) $3g = r + b - 4$ (3) $3g = 2b - g + b - 4 \Leftrightarrow 4g = 3b - 4$

(3) $4g = 3(2g - 14) - 4 \Leftrightarrow 4g = 6g - 42 - 4 \Leftrightarrow 2g = 46 \Leftrightarrow g = 23$

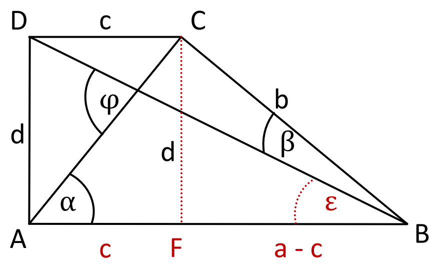
und damit $b = 2\cdot 23 - 14 = 32$ und $r = 2\cdot 32 - 23 = 41$ sowie $r + b + g = 96$

Der Osterhase hat 96 Ostereier versteckt.

5. $$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{0{,}5\cdot\overline{BD}}{\overline{AB}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{0{,}5\cdot 0{,}5\cdot\overline{AB}}{\overline{AB}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0{,}25 \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha}{2} = \sin^{-1}(0{,}25) \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 14{,}4775...^\circ \Rightarrow \alpha = 28{,}955...^\circ \approx 29{,}0^\circ$$

6. a) $\tan\alpha = \frac{d}{c} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53{,}13..^\circ \approx 53{,}1^\circ$



b) $\tan\varepsilon = \frac{d}{a} = \frac{4}{8} \Rightarrow \varepsilon = \tan^{-1}\frac{4}{8} = 26{,}56..^\circ \approx 26{,}6^\circ$

$\tan(\varepsilon + \beta) = \frac{d}{a - c} = \frac{4}{5} \Rightarrow \varepsilon + \beta = \tan^{-1}\frac{4}{5} \approx 38.7^\circ$

$\beta \approx 38.7^\circ - \varepsilon = 38{,}7^\circ - 26{,}6^\circ = 12{,}1^\circ$

Außenwinkel $\varphi = \alpha + \varepsilon = 53{,}1^\circ + 26{,}6^\circ = 79{,}7^\circ$