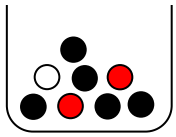
Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zu Baumdiagrammen

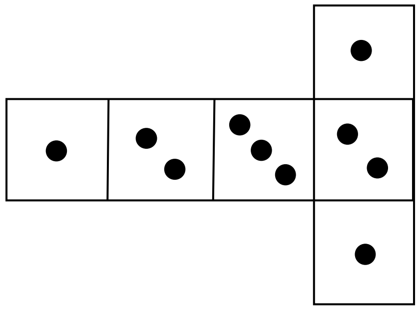
1. In einer Urne befinden sich 5 schwarze, 2 rote und eine weiße Kugel.
   Es werden zwei Kugel

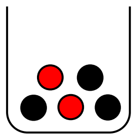
   a) ohne Zurücklegen
   b) mit Zurücklegen

   gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man zwei verschiedenfarbige Kugeln?

2. Anna und Bernd vereinbaren folgendes Spiel:
   Die beiden würfeln abwechselnd mit einem Würfel, dessen Netz abgebildet ist.
   Anna beginnt.
   Verlierer des Spiels ist, wer als erster nicht mehr Augen als der Gegner im vorangegangenen Wurf würfelt.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Bernd?

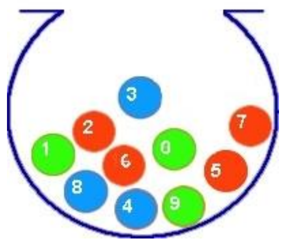
   

3. In einer Urne befinden sich 3 schwarze und 2 rote Kugeln.
   Die Personen A und B vereinbaren folgendes Spiel:
   A und B ziehen abwechselnd Kugeln (ohne Zurücklegen).
   Gewinner ist, wer zuerst eine rote Kugel zieht.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt A, wenn

   a) jeder jeweils genau eine Kugel ziehen darf und A beginnt?
   b) A mit einer Kugel beginnt, anschließend aber B und A jeweils 2 Kugeln ziehen dürfen?

4. In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, auf denen jeweils eine der Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 steht.
   Die Personen A und B vereinbaren folgendes Spiel:
   A und B ziehen abwechselnd Kugeln (ohne Zurücklegen).
   Gewinner ist, wer zuerst die Kugel mit der Ziffer 0 zieht.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt A, wenn

   a) jeder jeweils genau eine Kugel ziehen darf und A beginnt?
   b) A mit einer Kugel beginnt, anschließend aber B und A jeweils 2 Kugeln ziehen dürfen?
   c) A mit einer Kugel beginnt, bei jedem Personenwechsel sich aber die Anzahl der zu ziehenden Kugeln um 1 erhöht? (Also ABBAAABBBB...)

5. In zwei Urnen liegt jeweils eine nicht sichtbare Kugel. Eine Kugel ist schwarz, die andere weiß. Eine der Urnen wird zufällig ausgewählt, eine weiße Kugel dazugelegt, gut gemischt und dann eine Kugel gezogen. Die Kugel ist weiß!
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die noch in der Urne liegende Kugel ebenfalls weiß ist?

6. a) Wie groß ist Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei zehnmaligem Wurf eines Würfels keine „6“ würfelt?
   b) Peter fragt sich, wie oft er wohl würfeln muss, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% (bzw. 99%) eine „6“ würfelt.
   Löse die Aufgabe durch geschicktes Probieren.

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zu Baumdiagrammen * Lösungen

1. a) P(„verschiedenfarbige Kugeln“) $= \frac{17}{28}$

   b) P(„verschiedenfarbige Kugeln“) $= \frac{17}{32}$

2. P(„Bernd gewinnt“) $= \frac{5}{18}$

3. a) P(„A gewinnt“) $= \frac{3}{5} = 60\%$ ausführliche Lösung im Anhang unten

   b) P(„A gewinnt“) $= \frac{1}{2} = 50\%$

4. a) P(„A gewinnt“) $= \frac{1}{2} = 50\%$ ausführliche Lösung im Anhang unten

   b) P(„A gewinnt“) $= \frac{1}{2} = 50\%$

   c) P(„A gewinnt“) $= \frac{2}{5} = 40\%$

5. p_1 = P(„1. Zug weiß und dann auch 2. Zug weiß“) $= \frac{1}{2}$

   p_2 = P(„1. Zug weiß und dann 2. Zug schwarz“) $= \frac{1}{4}$

   Unter der Voraussetzung, dass die erste gezogene Kugel weiß ist, gilt:
   Mit 66,6% Wahrscheinlichkeit ist auch die zweite Kugel weiß,
   mit nur 33,3% ist die zweite Kugel schwarz.

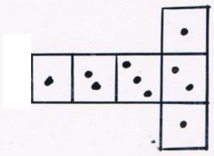
6. a) $P(\text{keine "6"}) = \left(\frac{5}{6}\right)^{10} \approx 16\%$

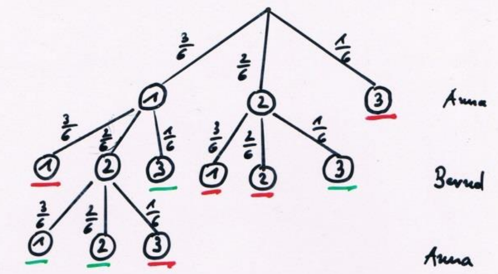
   b) $\left(\frac{5}{6}\right)^{n} < 0{,}05$ gilt für $n \geq 17$ und $\left(\frac{5}{6}\right)^{n} < 0{,}01$ gilt für $n \geq 26$.

   Peter muss also mindestens 17-mal (bzw. 26-mal) würfeln.

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zu Baumdiagrammen
Ausführliche Lösungen für Aufgabe 2, 3 und 4

2.



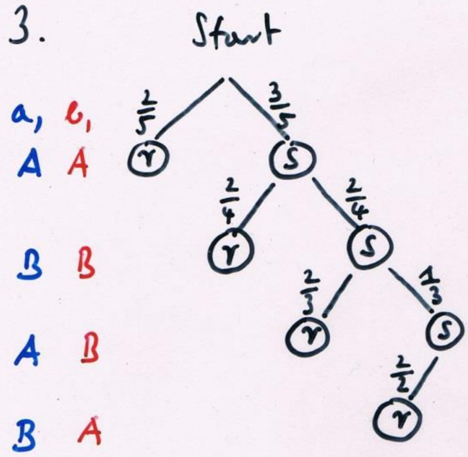


Anna gewinnt
Bernd gewinnt

$$P(\text{„Anna gewinnt"}) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6}\cdot\left(\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right) + \frac{3}{6}\cdot\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}\right)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{10}{36} + \frac{1}{2}\cdot\frac{18+2}{36} = \frac{6}{36}+\frac{10}{36}+\frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18} \approx 72\%$$

$$P(\text{„Bernd gewinnt"}) = \frac{3}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right) + \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6} =$$
$$= \frac{3}{36} + \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} + \frac{2}{36} = \frac{3+5+2}{36} = \frac{5}{18} \approx 28\%$$

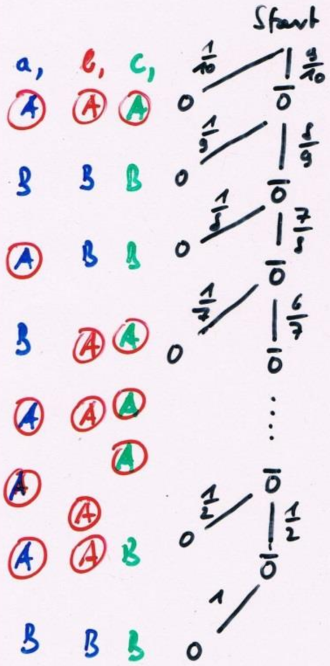
3.



a)
$$P(A\text{ gewinnt}) = $$
$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{3}{5} = 60\%$$

b)
$$P(A\text{ gewinnt}) = $$
$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1 = \frac{5}{10} = 50\%$$

4. 0 bedeutet Kugel mit 0
$\overline{0}$ " andere Kugel



a)
$$P(A\text{ gewinnt}) = $$
$$= \frac{1}{10} + \frac{9\cdot 8\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6} + \ldots + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}$$
$$= 5\cdot\frac{1}{10} = 50\%$$

b) $P(A\text{ gewinnt}) =$
$$= \frac{1}{10} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 1}{10\cdot 9\cdot \ldots \cdot 4\cdot 3} +$$
$$+ \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{10\cdot 9\cdot \quad \cdot 3\cdot 2} = 5\cdot\frac{1}{10} = 50\%$$

c) $P(A\text{ gewinnt}) =$
$$= \frac{1}{10} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6} + \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 1}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}$$
$$= 4\cdot\frac{1}{10} = 40\%$$