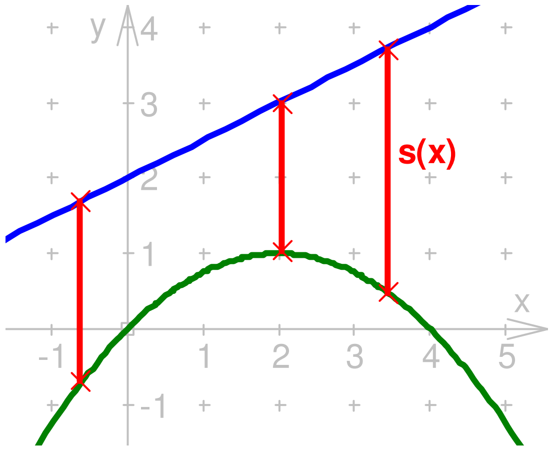
2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Gruppe A

1. Das Bild zeigt die Graphen einer Parabel und einer Geraden.
   Die Parallelen zur y-Achse schneiden Strecken der Länge $s = s(x)$ zwischen der Parabel und der Geraden heraus.

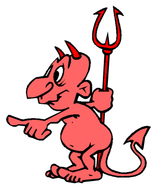
   a) Gib die Funktionsgleichungen für die Parabel und für die Gerade an!

   b) Bestimme die kürzeste unter allen diesen Strecken und gib an wo sie liegt.



2. Eine Parabel und eine Gerade sind durch folgende Funktionsgleichungen gegeben.
   $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 2$ und $g(x) = 0{,}5\,x - 4{,}25$
   Zeige mit einer Rechnung, dass sich die Parabel und die Gerade berühren und bestimme die Koordinaten dieses Berührpunktes.

Aufgabe	1a	b	2	Summe
Punkte	5	7	6	18



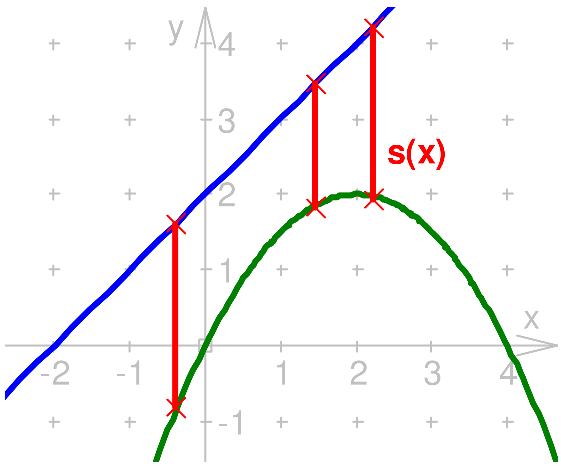
Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Gruppe B

1. Das Bild zeigt die Graphen einer Parabel und einer Geraden.
   Die Parallelen zur y-Achse schneiden Strecken der Länge $s = s(x)$ zwischen der Parabel und der Geraden heraus.

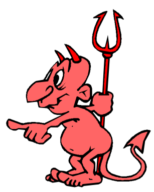
   a) Gib die Funktionsgleichungen für die Parabel und für die Gerade an!

   b) Bestimme die kürzeste unter allen diesen Strecken und gib an wo sie liegt.



2. Eine Parabel und eine Gerade sind durch folgende Funktionsgleichungen gegeben.
   $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 1$ und $g(x) = 0{,}5\,x - 3{,}25$
   Zeige mit einer Rechnung, dass sich die Parabel und die Gerade berühren und bestimme die Koordinaten dieses Berührpunktes.

Aufgabe	1a	b	2	Summe
Punkte	5	7	6	18



Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Lösung

Gruppe A

1a) Parabel: $f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-2)^2 + 1 = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) + 1 = -0,25x^2 + x$

Gerade: $g(x) = 0,5x + 2$

1b) Streckenlänge s

$s = s(x) = g(x) - f(x) = 0,5x + 2 - \left(-0,25x^2 + x\right) = 0,25x^2 - 0,5x + 2 =$

$0,25(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 2 = 0,25\cdot(x-1)^2 - 0,25 + 2 = 0,25\cdot(x-1)^2 + 1,75$

Die kürzeste Strecke liegt an der Stelle $x = 1$ und hat die Länge $s_{minimal} = s(1) = 1,75$.

2. Zeige, dass sich die Parabel und die Gerade nur in einem gemeinsamen Punkt „schneiden".

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4}\cdot x^2 - x - 2 = 0,5x - 4,25 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\cdot x^2 - \frac{3}{2}x + 2,25 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Mit $f(3) = g(3) = 0,5\cdot 3 - 4,25 = -2,75$ lautet der Berührpunkt B(3/-2,75).

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Lösung

Gruppe B

1a) Parabel: $f(x) = -\frac{1}{2}\cdot(x-2)^2 + 2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 2 = -0,5x^2 + 2x$

Gerade: $g(x) = x + 2$

1b) Streckenlänge s

$s = s(x) = g(x) - f(x) = x + 2 - \left(-0,5x^2 + 2x\right) = 0,5x^2 - x + 2 =$

$0,5(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 2 = 0,5\cdot(x-1)^2 - 0,5 + 2 = 0,5\cdot(x-1)^2 + 1,5$

Die kürzeste Strecke liegt an der Stelle $x = 1$ und hat die Länge $s_{minimal} = s(1) = 1,5$.

2. Zeige, dass sich die Parabel und die Gerade nur in einem gemeinsamen Punkt „schneiden".

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4}\cdot x^2 - x - 1 = 0,5x - 3,25 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\cdot x^2 - \frac{3}{2}x + 2,25 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Mit $f(3) = g(3) = 0,5\cdot 3 - 3,25 = -1,75$ lautet der Berührpunkt B(3/-1,75).