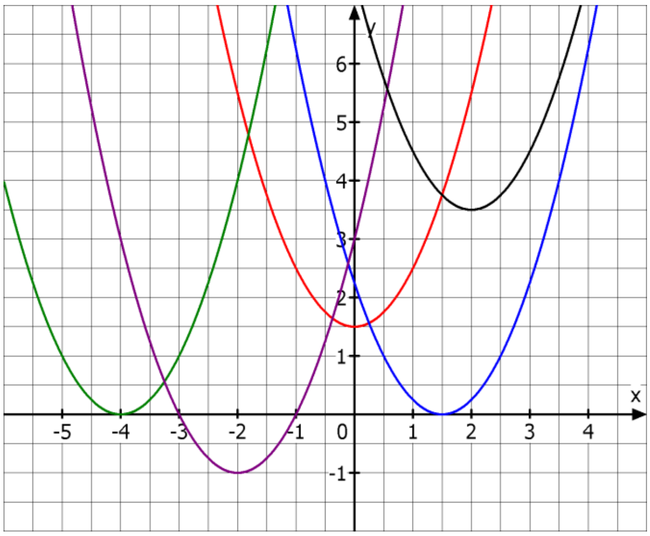
Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Verschieben der Normalparabel

Merke: Hat die Normalparabel den Scheitel $S(x_s / y_s)$, so lautet die Funktionsgleichung
$y = (x - x_S)^2 + y_s$.
Man kann die Funktionsgleichung auch in der sogenannten Normalform
$y = ax^2 + bx + c$ notieren.
(Für eine Normalparabel gilt dann $a = 1$.)

1. Das Bild zeigt 5 Normalparabeln.

   Gib jeweils die zugehörige Funktionsgleichung an.

   Schreibe den Funktionsterm auch in der Normalform $y = ax^2 + bx + c$.



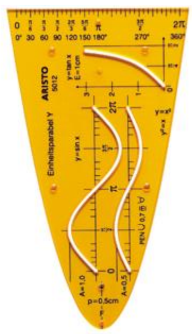
2. Der Graph der Funktion $f(x) = x^2$ wird um 2 Einheiten nach links und dann um 3 Einheiten nach unten verschoben.

   Gib die Funktionsgleichung zur neuen Parabel in der Normalform an.

3. Der Scheitel S einer Parabel soll die angegebenen Koordinaten besitzen.
   Gib jeweils die Funktionsgleichung in der Scheitel- und in der Normalform an.

   a) $S(-1 / 2{,}5)$ b) $S(3/1{,}5)$

   c) $S(4 / -1{,}5)$ d) $S(-1{,}5 / -0{,}5)$



4. Eine Normalparabel geht durch die Punkte

   a) $(1/3)$ und $(3/3)$ b) $(-1/1)$ und $(3/1)$

   c) $(1/2{,}25)$ und $(4/2{,}25)$ d) $(1/2)$ und $(3/6)$

   Bestimme jeweils die Funktionsgleichung (in Scheitelform).
   Eine Skizze kann helfen!

5. Bestimme (mit so genannter quadratischer Ergänzung) jeweils die Koordinaten des Scheitels der folgenden Funktionen.

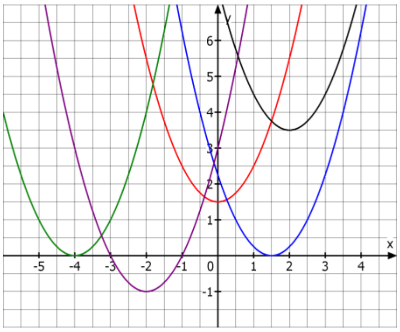
   a) $f(x) = x^2 + 8x + 13$

   b) $f(x) = x^2 - 5x + 8{,}25$

   c) $f(x) = x^2 + 3x + 4{,}25$

   d) $f(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{9}$

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Verschieben der Normalparabel
Lösungen



1. grünerGraph: $f_1(x) = (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

   violetter Graph: $f_2(x) = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3$

   roter Graph: $f_3(x) = x^2 + 1{,}5$

   blauer Graph: $f_4(x) = (x-1{,}5)^2 = x^2 - 3x + 2{,}25$

   schwarzer Graph: $f_5(x) = (x-2)^2 + 3{,}5 = x^2 - 4x + 7{,}5$

2. $f(x) = (x+2)^2 - 3 = x^2 + 4x + 4 - 3 = x^2 + 4x + 1$

3. a) $S(-1/2{,}5) \Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 2{,}5 = x^2 + 2x + 3{,}5$

   b) $S(3/1{,}5) \Rightarrow f(x) = (x-3)^2 + 1{,}5 = x^2 - 6x + 10{,}5$

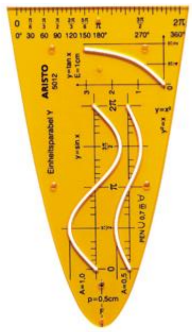
   c) $S(4/-1{,}5) \Rightarrow f(x) = (x-4)^2 - 1{,}5 = x^2 - 8x + 14{,}5$

   d) $S(-1{,}5/-0{,}5) \Rightarrow f(x) = (x+1{,}5)^2 - 0{,}5 = x^2 + 3x + 1{,}75$

4. a) $(1/3)$ und $(3/3)$ liegen auf gleicher "Höhe",

   d.h. der Scheitel muss bei $x_S = (1+3):2 = 2$ liegen.

   $f(x) = (x-2)^2 + 2 \quad [\text{denn } 3 = f(1) = (1-2)^2 + k = 1 + k \text{ also } k = 2]$

   b) $(-1/1)$ und $(3/1)$, d.h. $x_S = (-1+3):2 = 1$ und

   $f(x) = (x-1)^2 - 3 \quad [\text{denn } 1 = f(-1) = (-1-1)^2 - 3]$

   c) $(1/2{,}25)$ und $(4/2{,}25)$, d.h. $x_S = (1+4):2 = 2{,}5$ und

   $f(x) = (x-2{,}5)^2 \quad [\text{denn } 2{,}25 = f(1) = (1-2{,}5)^2 + 0]$

   d) $(1/2)$ und $(3/6)$ liegen nicht auf gleicher "Höhe",

   aber $3-1=2$ und $6-2=4=(3-1)^2$ also $x_S = 1$

   $f(x) = (x-1)^2 + 2$

   oder in $f(x) = x^2 + bx + c$ die beiden Punkte einsetzen:

   (1) $2 = 1^2 + 1\cdot b + c$ und (2) $6 = 3^2 + 3\cdot b + c \Rightarrow$

   (1) $1 = b + c$ also $c = 1 - b$ und (2) $-3 = 3b + c \Rightarrow$

   (1) in (2) eingesetzt: $-3 = 3b + 1 - b \Rightarrow -4 = 2b \Rightarrow b = -2$ und $c=3$

   also $f(x) = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-2)^2 + 1$

5. a) $f(x) = x^2 + 8x + 13 = (x+4)^2 - 4^2 + 13 = (x+4)^2 - 3$ also $S(-4/-3)$

   b) $f(x) = x^2 - 5x + 8{,}25 = (x-2{,}5)^2 - 2{,}5^2 + 8{,}25 = (x-2{,}5)^2 + 2$ also $S(2{,}5/2)$

   c) $f(x) = x^2 + 3x + 4{,}25 = (x+1{,}5)^2 - 1{,}5^2 + 4{,}25 = (x+1{,}5)^2 + 2$ also $S(-1{,}5/2)$

   d) $f(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{9} = (x+\frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{3})^2 + \frac{7}{9} = (x+\frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$ also $S(-\frac{1}{3}/\frac{2}{3})$