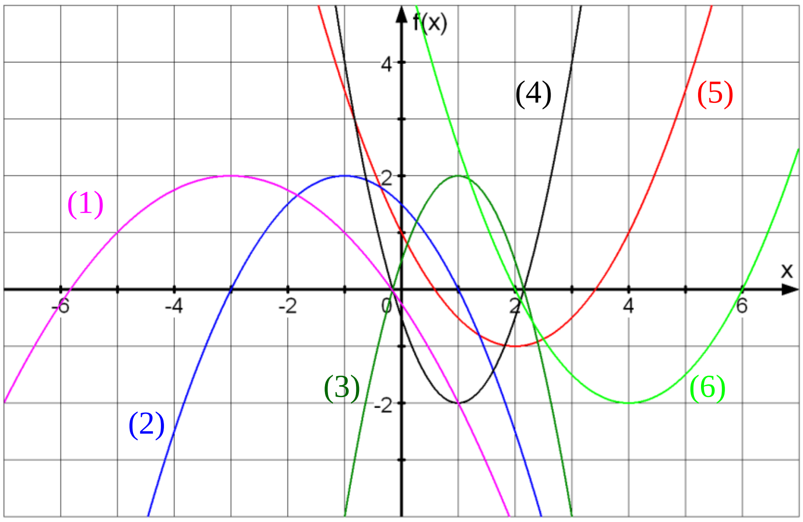
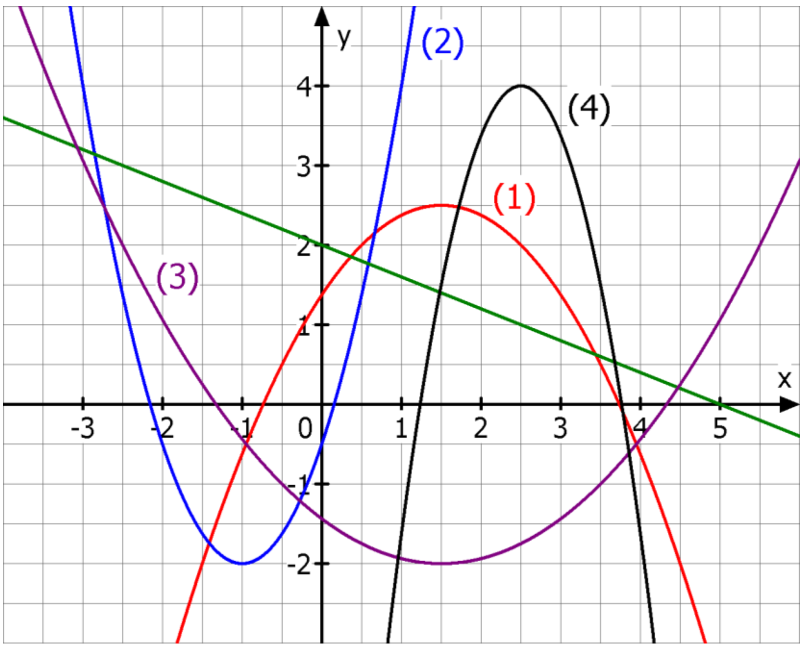
Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Bestimmen von Funktionstermen und Schnittprobleme

1. Ordne die Graphen den Funktionstermen zu!
   Aber Vorsicht! Zu drei Funktionstermen gibt es keinen Graphen und zu einem Graph gibt es keinen Funktionsterm! Bestimme diesen fehlenden Funktionsterm!

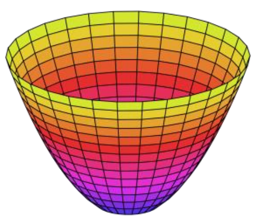
(A) $y = 0{,}75 \cdot (x - 2)^2 - 1$
(B) $y = -0{,}5 \cdot (x + 3)^2 + 2$
(C) $y = -0{,}5 \cdot (x + 1)^2 + 2$
(D) $y = 2 \cdot (x - 1)^2 - 2$
(E) $y = 0{,}5 \cdot (x - 4)^2 - 2$
(F) $y = -0{,}25 \cdot (x + 3)^2 + 2$
(G) $y = -1{,}5 \cdot (x - 1)^2 + 2$
(H) $y = 0{,}5 \cdot (x - 2)^2 - 1$



2. a) Bestimme zu den abgebildeten Parabeln jeweils den den zugehörigen Funktionsterm.
   b) Berechne die x-Werte der Schnittpunkte der Geraden mit der roten und der blauen Parabel.
   c) Berechne die x-Werte der Schnittpunkte der blauen und roten Parabel.



3. a) Bestimme die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte (-1/6,5) , (1/0,5) und (3/-1,5).
   b) Bestimme die Gleichung der Parabel, die den Scheitel (2/-1) hat und durch den Punkt (4/5) geht.
   c) Prüfe, ob sich die beiden Parabeln aus a) und b) schneiden und bestimme gegebenfalls diese Schnittstellen (d.h. die x-Werte der Schnittpunkte).



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Bestimmen von Funktionstermen und Schnittprobleme

1.
(A) $y = 0{,}75 \cdot (x-2)^2 - 1$
(B) $y = -0{,}5 \cdot (x+3)^2 + 2$
(2) (C) $y = -0{,}5 \cdot (x+1)^2 + 2$
(3) (G) $y = -1{,}5 \cdot (x-1)^2 + 2$
(6) (E) $y = 0{,}5 \cdot (x-4)^2 - 2$
(1) (F) $y = -0{,}25 \cdot (x+3)^2 + 2$
(D) $y = 2 \cdot (x-1)^2 - 2$
(5) (H) $y = 0{,}5 \cdot (x-2)^2 - 1$

zu (4) fehlt der Term, er lautet $y = 1{,}5 \cdot (x-1)^2 - 2$

2. a) (1) $y = -0{,}5 \cdot (x-1{,}5)^2 + 2{,}5$ (2) $y = 1{,}5 \cdot (x+1)^2 - 2$
(3) $y = 0{,}25 \cdot (x-1{,}5)^2 - 2$ (4) $y = -2{,}5 \cdot (x-2{,}5)^2 + 4$
Gerade $y = -0{,}4 \cdot x + 2$

b) Schnittpunkt von roter Parabel und Gerade:

$$-0{,}5\cdot(x-1{,}5)^2+2{,}5=-0{,}4x+2 \;\Leftrightarrow\; -0{,}5x^2+1{,}5x-1{,}125+2{,}5=-0{,}4x+2 \;\Leftrightarrow$$
$$-0{,}5x^2+1{,}9x-0{,}625=0 \;\Leftrightarrow\; x^2-3{,}8x+1{,}25=0 \;\Leftrightarrow$$
$$x_{1/2}=\frac{1}{2}\cdot\left(3{,}8\pm\sqrt{3{,}8^2-4\cdot1{,}25}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(3{,}8\pm\sqrt{9{,}44}\right)=1{,}9\pm\frac{\sqrt{59}}{5}$$
$$x_1=3{,}436229....\approx3{,}44 \text{ und } x_2=0{,}363770....\approx0{,}36$$

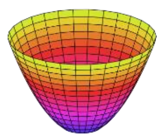
Schnittpunkt von roter Parabel und Gerade:

$$1{,}5\cdot(x+1)^2-2=-0{,}4x+2 \;\Leftrightarrow\; 1{,}5x^2+3x+1{,}5-2=-0{,}4x+2 \;\Leftrightarrow$$
$$1{,}5x^2+3{,}4x-2{,}5=0 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2}=\frac{1}{3}\cdot\left(-3{,}4\pm\sqrt{3{,}4^2+4\cdot1{,}5\cdot2{,}5}\right)=\frac{-17\pm2\cdot\sqrt{166}}{15}$$
$$x_1=0{,}584546....\approx0{,}58 \text{ und } x_2=-2{,}851213....\approx-2{,}85$$

c) $$-0{,}5\cdot(x-1{,}5)^2+2{,}5=1{,}5\cdot(x+1)^2-2 \;\Leftrightarrow\; -(x-1{,}5)^2+5=3\cdot(x+1)^2-4 \;\Leftrightarrow$$
$$-x^2+3x-2{,}25+5=3x^2+6x+3-4 \;\Leftrightarrow\; 0=4x^2+3x-3{,}75 \;\Leftrightarrow$$
$$x_{1/2}=\frac{1}{8}\cdot\left(-3\pm\sqrt{9+4\cdot4\cdot3{,}75}\right)=\frac{1}{8}\cdot\left(-3\pm\sqrt{69}\right)=\frac{-3\pm\sqrt{69}}{8}$$
$$x_1=0{,}663327....\approx0{,}66 \text{ und } x_2=-1{,}413327....\approx-1{,}41$$

3. a) In den Ansatz $f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ die Punkte einsetzen:
(1) $6{,}5=a-b+c \;\Rightarrow\; c=6{,}5-a+b$ in (2) und (3)
(2) $0{,}5=a+b+c$ (2) $0{,}5=2b+6{,}5 \;\Rightarrow\; b=-3$
(3) $-1{,}5=9a+3b+c$ (3) $-1{,}5=6{,}5+8a+4b \;\Rightarrow\; a=0{,}5$
$c=6{,}5-a+b=6{,}5-0{,}5-3=3$ also $f(x)=0{,}5x^2-3x+3$

b) In den Ansatz $f(x)=a\cdot(x-2)^2-1$ den Punkt $(4/5)$ einsetzen:
$5=a\cdot(4-2)^2-1 \;\Leftrightarrow\; 6=a\cdot4 \;\Leftrightarrow\; a=1{,}5$ also $f(x)=1{,}5\cdot(x-2)^2-1$



c) Schnittpunkte der Parabeln: $0{,}5x^2-3x+3=1{,}5\cdot(x-2)^2-1 \;\Leftrightarrow$
$$x^2-6x+6=3\cdot(x-2)^2-2 \;\Leftrightarrow\; x^2-6x+6=3x^2-12x+12-2 \;\Leftrightarrow$$
$$0=2x^2-6x+4 \;\Leftrightarrow\; 0=x^2-3x+2 \;\Leftrightarrow\; 0=(x-2)\cdot(x-1) \;\Leftrightarrow\; x_1=2\,;\;x_2=1$$