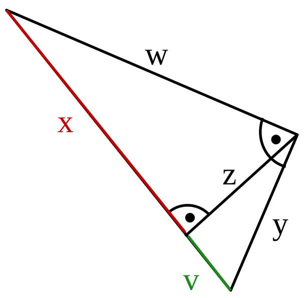
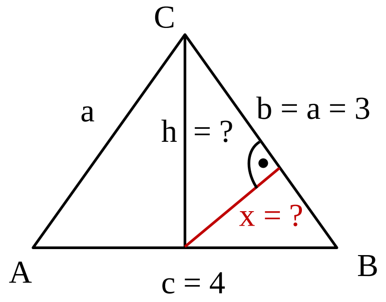
Probestegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 11.12.2017

Alle Bilder sind nicht maßstabsgetreu!

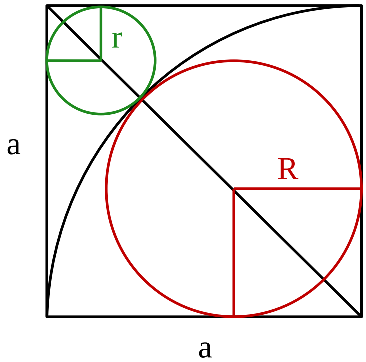
1. Das Bild zeigt ein rechtwinkliges Dreieck mit unüblichen Bezeichnungen.
   a) Gib den Höhensatz und einen Kathetensatz für dieses Dreieck mit den im Bild angegebenen Bezeichnungen an.
   b) Es gilt: w = 5 und x = 4
   Berechne die Längen v und y.



2. In einem gleichschenkligen Dreieck ABC gilt:
   a = b = 3 und c = 4.
   a) Berechne die Länge der Höhe h
   und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
   b) Bestimme die Länge x.



3. Einem Quadrat mit der Kantenlänge a sind zwei Kreise einbeschrieben (siehe Bild!).
   a) Berechne den Radius R des großen Kreises als Bruchteil von a.
   b) Berechne den Radius r des kleinen Kreises als Bruchteil von a.



Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	Summe
Punkte	2	4	3	2	3	3	17

Gutes Gelingen! G.R.

Probestegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 11.12.2017

1. Im Bild gilt:
   Hypotenuse (x+v), Hypotenusenabschnitte x und v,
   Katheten w und y, Höhe z

   a) Höhensatz: $z^2 = x \cdot v$

   Kathetensätze: $w^2 = x \cdot (x+v)$ und $y^2 = v \cdot (x+v)$

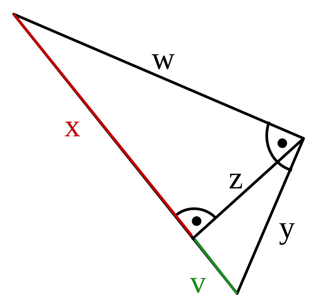
   b) $w = 5$ und $x = 4$; gesucht: v und y

   $$w^2 = x \cdot (x+v) \Rightarrow 5^2 = 4 \cdot (4+v) \Rightarrow$$

   $$\frac{25}{4} = 4 + v \Rightarrow \frac{25}{4} - 4 = v \Rightarrow v = \frac{25-16}{4} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

   $$y^2 = v \cdot (x+v) \Rightarrow y^2 = \frac{9}{4} \cdot (4 + \frac{9}{4}) \Rightarrow y^2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{25}{4} \Rightarrow$$

   $$y = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{25}{4}} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3{,}75$$



Alle Bilder sind nicht maßstabsgetreu!

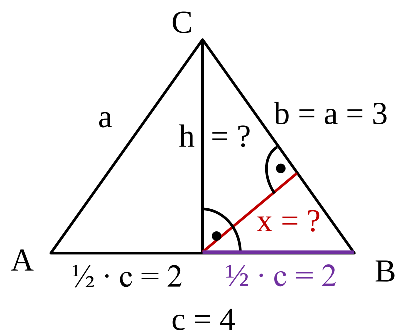
2. Gleichschenkliges Dreieck ABC mit $a = b = 3$ und $c = 4$.

   a) $h^2 = a^2 - (\frac{c}{2})^2 \Rightarrow h^2 = 3^2 - 2^2 \Rightarrow h^2 = 5 \Rightarrow h = \sqrt{5}$

   $$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

   b) $A_{\Delta ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot x = 3 \cdot x$ und $A_{\Delta ABC} = 2 \cdot \sqrt{5} \Rightarrow$

   $$3 \cdot x = 2 \cdot \sqrt{5} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{3}$$



3. $x = \sqrt{2} \cdot R$ und $y = \sqrt{2} \cdot r$

   a) $a = R + x = R + \sqrt{2} \cdot R = (1 + \sqrt{2})R \Rightarrow$

   $$R = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot a = \frac{\sqrt{2}-1}{(1+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}-1)} \cdot a = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} \cdot a$$

   $$R = (\sqrt{2}-1) \cdot a$$

   b) $\sqrt{2}a - a = r + \sqrt{2} \cdot r \Rightarrow (\sqrt{2}-1) \cdot a = (1+\sqrt{2}) \cdot r \Rightarrow$

   $$r = \frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}} \cdot a = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(1+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}-1)} \cdot a = \frac{2 - 2\sqrt{2} + 1}{2-1} \cdot a$$

   $$r = (3 - 2\sqrt{2}) \cdot a$$