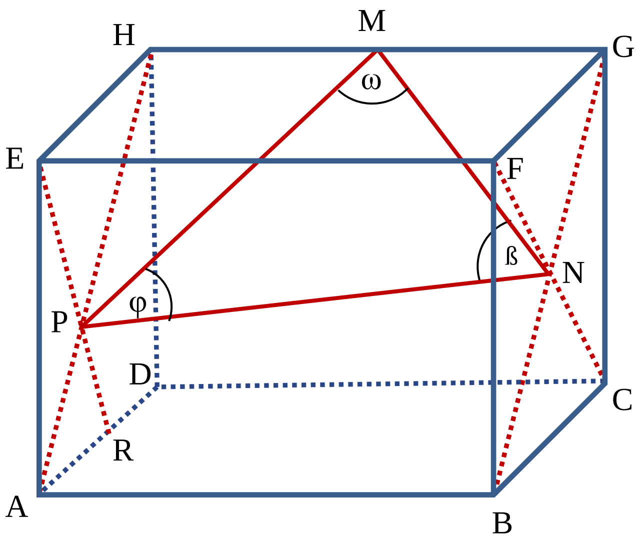
Mathematik * Klasse 9d * Berechnungen an einem Quader

Der abgebildete Quader hat folgende Kantenlängen:



Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu!

$\overline{AB} = 6,\ \ \overline{BC} = 4 = \overline{CG}$

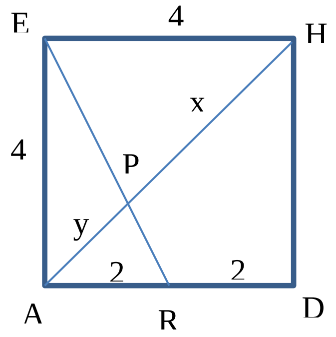
R halbiert [AD] , M halbiert [HG]

N ist der Schnittpunkt der Diagonalen im Quadrat BCGF

Berechne im Dreieck PNM alle Seitenlängen und Winkel.

Überlege zuerst, in welcher Ebene das Dreieck PNM liegt.

Lösung:

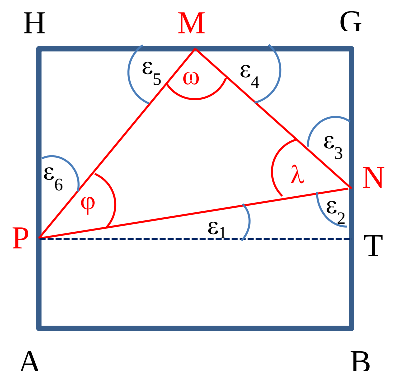


Im Quadrat ADHE gilt:

$$\frac{4}{2} = \frac{\overline{EH}}{\overline{AR}} = \frac{\overline{HP}}{\overline{AP}} \Rightarrow \overline{HP} = 2\cdot\overline{AP} \text{ und } \overline{AH} = 3\cdot\overline{AP}$$

$$\text{wegen } \overline{AH} = \sqrt{2}\cdot\overline{AD} = 4\cdot\sqrt{2} \text{ also } \overline{AP} = \frac{4\cdot\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{und } \overline{PH} = \frac{8\cdot\sqrt{2}}{3}$$



Im Rechteck ABGH gilt:

$$\overline{PT} = \overline{AB} = 6\ ;\ \overline{BG} = \overline{AH} = \sqrt{2}\cdot\overline{AD} = 4\cdot\sqrt{2}\ ;$$

$$\overline{TN} = \overline{BN} - \overline{AP} = \frac{1}{2}\cdot\overline{BG} - \overline{AP} = 2\cdot\sqrt{2} - \frac{4\cdot\sqrt{2}}{3} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3}$$

$$\overline{PN} = \sqrt{\overline{PT}^2 + \overline{TN}^2} = \sqrt{36 + \frac{4\cdot 2}{9}} = \frac{2\cdot\sqrt{83}}{3} \approx 6{,}07$$

$$\varepsilon_1 = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{TN}}{\overline{PT}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\cdot\sqrt{2}}{3\cdot 6}\right) \approx 8{,}93^\circ\ ;\ \varepsilon_2 = 90^\circ - \varepsilon_1 \approx 81{,}07^\circ$$

$$\overline{NG} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AH} = 2\cdot\sqrt{2}\ ;\ \overline{MG} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AB} = 3\ ;$$

$$\overline{MN} = \sqrt{\overline{NG}^2 + \overline{MG}^2} = \sqrt{4\cdot 2 + 9} = \sqrt{17} \approx 4{,}12 \text{ und } \varepsilon_3 = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{MG}}{\overline{NG}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2\cdot\sqrt{2}}\right) \approx 46{,}69^\circ$$

$$\text{und } \varepsilon_4 = 90^\circ - \varepsilon_3 \approx 43{,}31^\circ \text{ und } \lambda = 180^\circ - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \approx 52{,}24^\circ$$

$$\overline{MP} = \sqrt{\overline{MH}^2 + \overline{HP}^2} = \sqrt{9 + \frac{64\cdot 2}{9}} = \frac{\sqrt{209}}{3} \approx 4{,}82$$

$$\varepsilon_5 = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{PH}}{\overline{HM}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8\cdot\sqrt{2}}{3\cdot 3}\right) \approx 51{,}50^\circ \text{ und } \omega = 180^\circ - \varepsilon_4 - \varepsilon_5 \approx 85{,}19^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - \lambda - \omega \approx 42{,}57^\circ$$