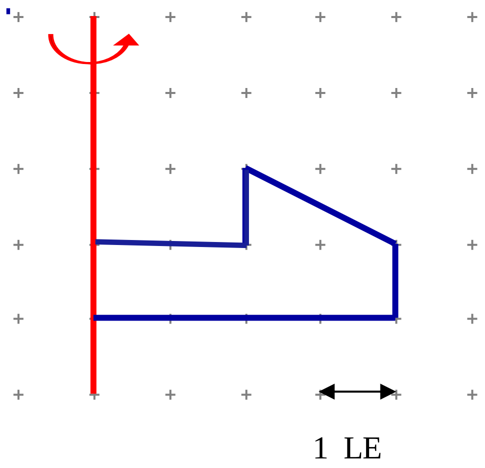
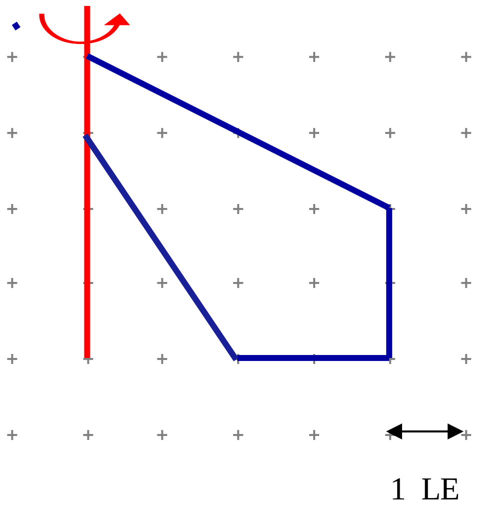
Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Rotationskörper

Die beiden blau umrandeten Flächen rotieren jeweils um die rot gezeichnete Achse.
Skizziere ein Schrägbild des entstehenden Rotationskörpers und bestimme dann das Volumen V und den Oberflächeninhalt A dieses Rotationskörpers. Trage dazu in die Zeichnung benötigte Radien, Höhen und Mantellinien ein und kennzeichne sie eindeutig.
(Es ist günstig, wenn du bei einem bestimmten Kegel den gleichen Index bei r, h und m verwendest.)
Erstelle dann mit diesen Buchstaben Formeln für V und A und berechne dann V und A.
1 Kästchen entspricht 1 LE (Längeneinheit)

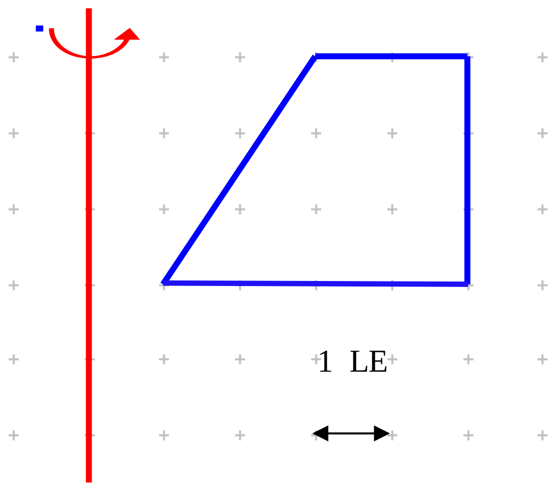
Figur 1



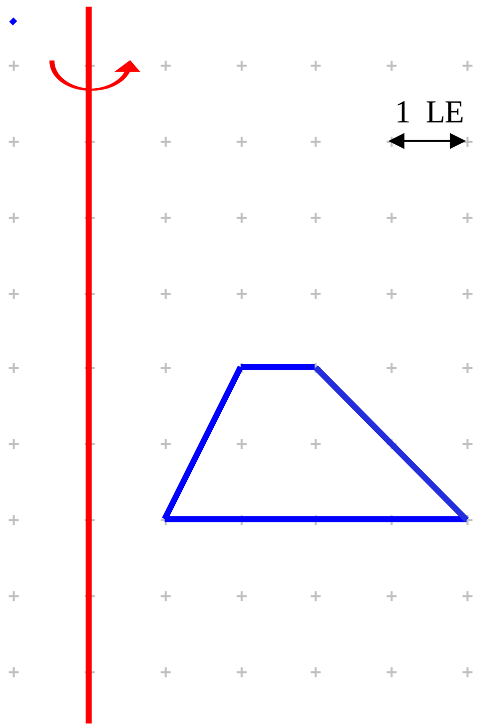
Figur 2



Figur 3 (schwer)



Figur 4 (sehr schwer)



Hinweis:
In Figur 3 benötigst du drei Radien, drei Höhen und zwei Mantellinien.

In Figur 4 benötigst du vier Radien, vier Höhen und vier Mantellinien.

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Rotationskörper * Lösungen

Figur 1: $r_1 = r_2 = 4$; $r_3 = r_4 = 2$; $h_1 = h_3 = h_4 = 1$; $h_2 = 2$; $m_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$; $m_4 = 0{,}5 m_2 = \sqrt{5}$

$$V = r_1^2\pi \cdot h_1 + \frac{1}{3} \cdot r_2^2 \cdot h_2 - r_3^2\pi \cdot h_3 - \frac{1}{3} \cdot r_4^2 \cdot h_4 = 16\pi + \frac{32}{3}\pi - 4\pi - \frac{4}{3}\pi = \frac{64}{3}\pi \approx 67{,}0$$

$$A = r_1^2\pi + 2r_2\pi \cdot h_2 + 2r_3\pi \cdot h_3 + r_4^2\pi + r_2 \cdot \pi \cdot m_2 - r_4 \cdot \pi \cdot m_4 =$$

$$16\pi + 8\pi + 4\pi + 4\pi + 8\sqrt{5} \cdot \pi - 2\sqrt{5} \cdot \pi = 32\pi + 6\sqrt{5} \cdot \pi \approx 142{,}7$$

Figur 2: $r_1 = r_2 = 4$; $r_3 = 2$; $h_1 = h_2 = 2$; $h_3 = 3$; $m_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$; $m_3 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

$$V = r_1^2\pi \cdot h_1 + \frac{1}{3} \cdot r_2^2 \cdot h_2 - \frac{1}{3} \cdot r_3^2 \cdot h_3 = 32\pi + \frac{32}{3}\pi - \frac{4 \cdot 3}{3}\pi = \frac{116}{3}\pi \approx 121{,}5$$

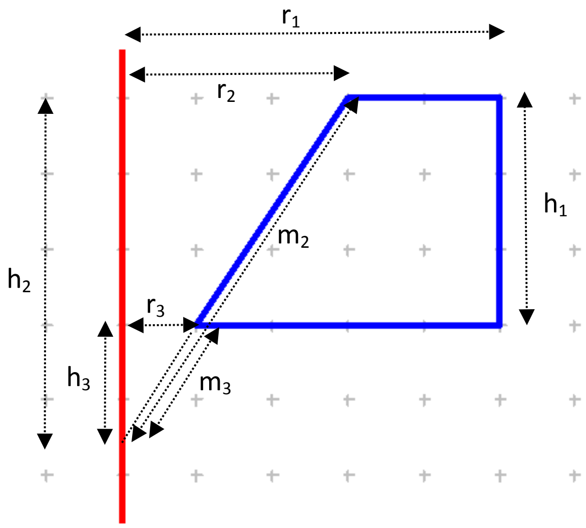
$$A = r_1^2\pi - r_3^2\pi + 2r_1\pi \cdot h_1 + r_2 \cdot \pi \cdot m_2 + r_3 \cdot \pi \cdot m_3 =$$

$$16\pi - 4\pi + 16\pi + 8\sqrt{5} \cdot \pi + 2\sqrt{13} \cdot \pi = 28\pi + 8\sqrt{5} \cdot \pi + 2\sqrt{13} \cdot \pi \approx 166{,}8$$

Figur 3: $r_1 = 5$; $r_2 = 3$; $r_3 = 1$;

$h_1 = 3$; $h_2 = 4{,}5$; $h_3 = 1{,}5$

$m_2 = 1{,}5 \cdot \sqrt{13}$; $m_3 = 0{,}5 \cdot \sqrt{13}$



$$V = r_1^2\pi \cdot h_1 - \frac{1}{3} r_2^2\pi \cdot h_2 + \frac{1}{3} r_3^2\pi \cdot h_3$$

$$V = 62\pi$$

$$A = r_1^2\pi - r_2^2\pi + r_1^2\pi - r_3^2\pi + r_2 m_2\pi - r_3 m_3\pi$$

$$A = (70 + 4\sqrt{13})\pi$$

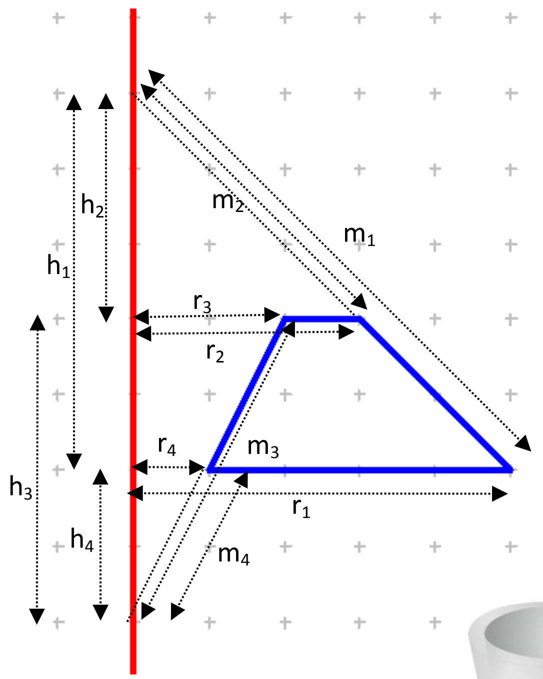
Figur 4

$r_1 = 5$; $r_2 = 3$; $r_3 = 2$; $r_4 = 1$;

$h_1 = 5$; $h_2 = 3$; $h_3 = 4$; $h_4 = 2$;

$m_1 = 5 \cdot \sqrt{2}$; $m_2 = 3 \cdot \sqrt{2}$;

$m_3 = 2 \cdot \sqrt{5}$; $m_4 = \sqrt{5}$;



$$V = \frac{1}{3} r_1^2\pi \cdot h_1 - \frac{1}{3} r_2^2\pi \cdot h_2 - \frac{1}{3} r_3^2\pi \cdot h_3 + \frac{1}{3} r_4^2\pi \cdot h_4$$

$$V = 28\pi$$

$$A = r_1^2\pi - r_4^2\pi + r_2^2\pi - r_3^2\pi +$$

$$r_1 m_1\pi - r_2 m_2\pi + r_3 m_3\pi - r_4 m_4\pi$$

$$A = (29 + 16\sqrt{2} + 3\sqrt{5})\pi$$