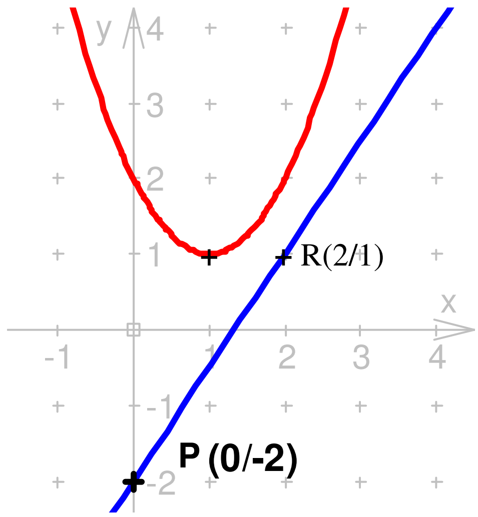
3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 22.04.2008

1. Das Bild zeigt eine verschobene Normalparabel und eine Gerade durch den Punkt P(0/-2) [und R(2/1)].



   a) Bestimme die Funktionsgleichungen der Parabel und der Geraden.

   b) Unter welchem Winkel schneidet die Gerade die x-Achse? Runde auf $0{,}1^\circ$ genau.

   c) Wie müsste man die Steigung der Geraden durch den Punkt P(0/-2) wählen, damit die Gerade die rote Parabel berührt?
   Zeige durch eine Rechnung, dass es zwei Lösungen für die Steigung m gibt!

2. a) Ermittle jeweils alle Lösungen der Gleichung. (Exakte Lösungen! Keine Näherungen!)

   (1) $\frac{1}{2} \cdot x^5 = \frac{160}{x}$ (2) $3 \cdot x^3 = 6 + 5 \cdot x^3$

   b) Berechne mit dem Taschenrechner auf 2 Dezimalstellen gerundet.

   $$\sqrt[3]{7 + \sqrt[4]{5 - \sqrt{3}}}$$

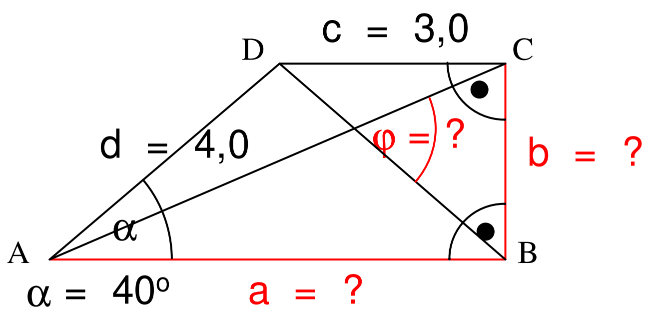
   c) Vereinfache möglichst weitgehend und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise an.

   $$\frac{2^{-\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{3}{4}}}{3 \cdot 2^{\frac{7}{8}}}$$

3. Das Bild zeigt ein Trapez ABCD mit zwei rechten Winkeln, dem Winkel $\alpha = 40^\circ$ und den beiden Seiten $c = 3{,}0$ und $d = 4{,}0$.

   a) Berechne die Längen der beiden Seiten a und b.
   Runde auf zwei Dezimalstellen!

   b) Berechne den Schnittwinkel φ der beiden Diagonalen.
   Runde auf eine Dezimalstelle!



Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	3a	b	Summe
Punkte	3	2	7	4	2	3	4	5	30

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 22.04.2008 * Lösung

1\. a) Parabel: $f(x) = (x-1)^2 + 1$ Gerade: $g(x) = 1{,}5\,x - 2$

b) $\tan\varphi = m \iff \tan\varphi = 1{,}5 \iff \varphi = \tan^{-1}(1{,}5) = 56{,}3099...^\circ \approx 56{,}3^\circ$

c) $g(x) = m\,x - 2$ und $f(x) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$

$g(x) = f(x)$ darf nur eine Lösung haben: $m\,x - 2 = x^2 - 2x + 2 \iff$

$0 = x^2 - 2x - m\,x + 2 + 2 \iff 0 = x^2 - (2+m)\,x + 4$

Diese Gleichung hat genau dann nur eine Lösung, wenn gilt

$D = 0 \iff (2+m)^2 - 4\cdot 1\cdot 4 = 0 \iff (2+m)^2 = 16 \iff 2+m = \pm 4$

Die beiden gesuchten Lösungen für die Steigung lauten also $m_1 = -6$ und $m_2 = 2$.

2\. a) (1) $\frac{1}{2}\cdot x^5 = \frac{160}{x} \iff x^6 = 320 \iff x^6 = 2^6\cdot 5 \iff x_{1/2} = \pm\, 2\cdot\sqrt[6]{5}$

(2) $3\cdot x^3 = 6 + 5\cdot x^3 \iff -6 = 2\cdot x^3 \iff x^3 = -3 \iff x = -\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{7 + \sqrt[4]{5 - \sqrt{3}}} = 2{,}0283... \approx 2{,}03$

c) $$\frac{2^{-\frac{1}{4}}\cdot 4^{\frac{3}{4}}}{3\cdot 2^{\frac{7}{8}}} = \frac{2^{-\frac{1}{4}}\cdot 2^{2\cdot\frac{3}{4}}}{3\cdot 2^{\frac{7}{8}}} = \frac{2^{-\frac{1}{4}+\frac{6}{4}}}{3\cdot 2^{\frac{7}{8}}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{3\cdot 2^{\frac{7}{8}}} = \frac{1}{3}\cdot 2^{\frac{5}{4}-\frac{7}{8}} = \frac{1}{3}\cdot 2^{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}\cdot\sqrt[8]{8}$$

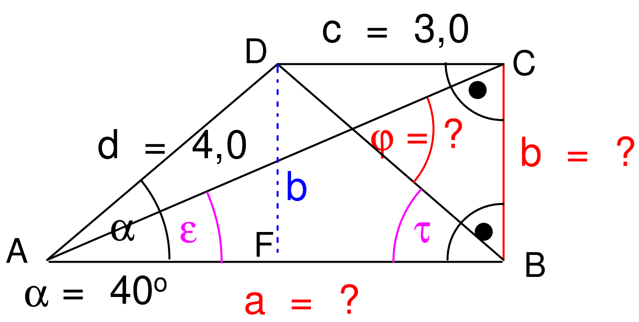
3\. a) $\sin\alpha = \frac{b}{d} \iff b = d\cdot\sin\alpha =$

$4{,}0\cdot\sin 40^\circ = 2{,}5711... \approx 2{,}57$

$\cos\alpha = \frac{\overline{AF}}{d} \iff \overline{AF} = d\cdot\cos\alpha =$

$4{,}0\cdot\cos 40^\circ = 3{,}0641... \approx 3{,}06$

$a = \overline{AF} + c \approx 3{,}06 + 3{,}0 = 6{,}06$



b) $\tan\varepsilon = \frac{b}{a} \iff \varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{2{,}57}{6{,}06}\right) = 22{,}981...^\circ \approx 23{,}0^\circ$

$\tan\tau = \frac{b}{c} \iff \tau = \tan^{-1}\left(\frac{2{,}57}{3{,}0}\right) = 40{,}585...^\circ \approx 40{,}6^\circ$

$\varphi = \varepsilon + \tau = 23{,}0^\circ + 40{,}6^\circ = 63{,}6^\circ$