

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 13.04.2016 * Gruppe A

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

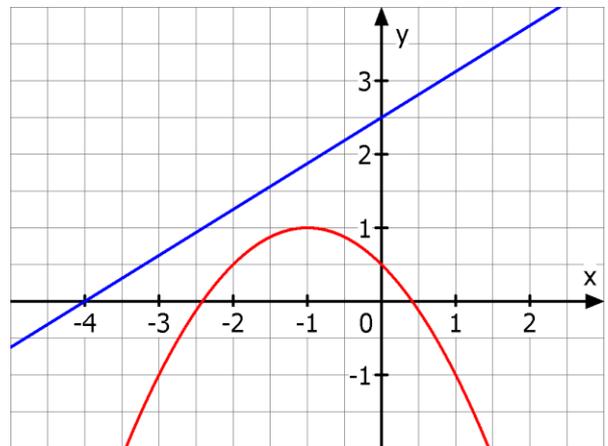
a) $7x = 6 - \frac{1}{x}$ b) $x^4 - x^2 = 20$

2. Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$.

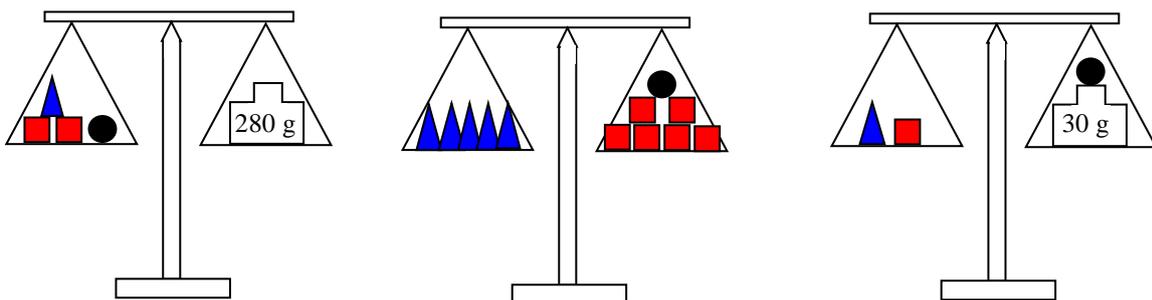
- Bestimme durch quadratische Ergänzung die Koordinaten des Scheitels der zugehörigen Parabel.
- Berechne die Nullstellen der Funktion f.
- Zeichne den Graphen der Funktion f möglichst genau und sauber in ein Koordinatensystem.

3. Das Bild zeigt die Parabel zur quadratischen Funktion f und eine Gerade g mit der Funktionsgleichung $g(x) = m \cdot x + 2,5$.

- Gib den Funktionsterm zur Parabel in der Scheitelform an.
- Wie lautet der Wert der Steigung m für die abgebildete Gerade?
Bestimme nun alle Werte von m so, dass die Gerade die Parabel gerade berührt.



4. Bestimme die Masse eines roten Würfels, einer schwarzen Kugel und einer blauen Pyramide.



Aufgabe	1a	b	2a	b	c	3a	b	4	Summe
Punkte	5	5	5	4	5	3	6	7	40



Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 13.04.2016 * Gruppe B

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

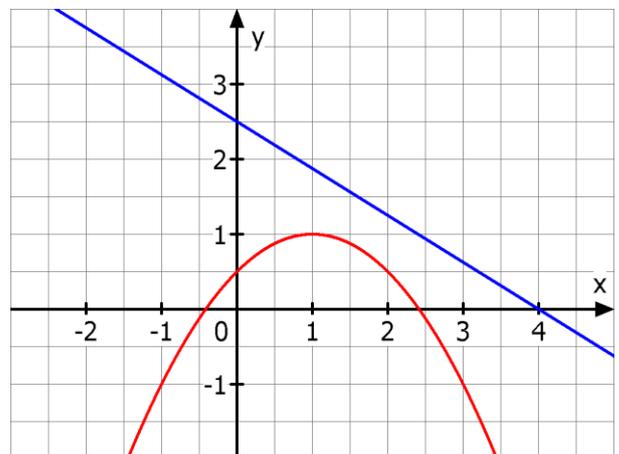
a) $7x = \frac{1}{x} - 2$ b) $x^4 + x^2 = 12$

2. Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = -0,5x^2 + x + 2,5$.

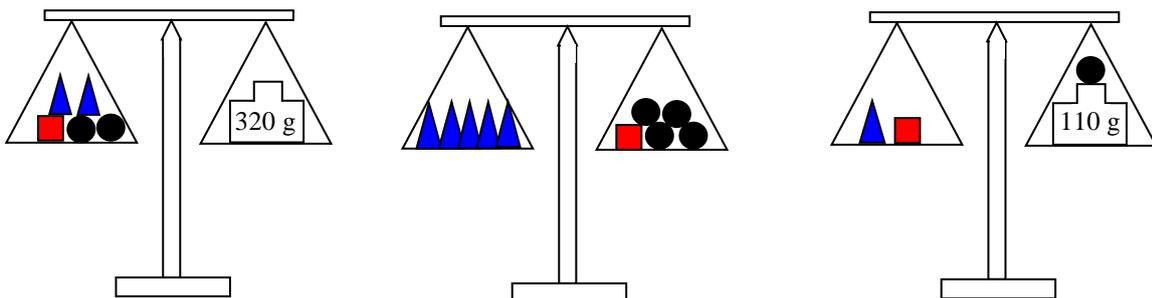
- Bestimme durch quadratische Ergänzung die Koordinaten des Scheitels der zugehörigen Parabel.
- Berechne die Nullstellen der Funktion f.
- Zeichne den Graphen der Funktion f möglichst genau und sauber in ein Koordinatensystem.

3. Das Bild zeigt die Parabel zur quadratischen Funktion f und eine Gerade g mit der Funktionsgleichung $g(x) = m \cdot x + 2,5$.

- Gib den Funktionsterm zur Parabel in der Scheitelform an.
- Wie lautet der Wert der Steigung m für die abgebildete Gerade?
Bestimme nun alle Werte von m so, dass die Gerade die Parabel gerade berührt.



4. Bestimme die Masse eines roten Würfels, einer schwarzen Kugel und einer blauen Pyramide.



Aufgabe	1a	b	2a	b	c	3a	b	4	Summe
Punkte	5	5	5	4	5	3	6	7	40



Gutes Gelingen! G.R.

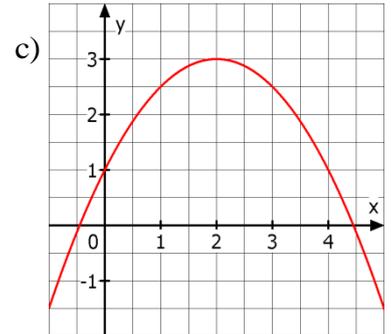
3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 13.04.2016 * Lösungen * Gruppe A

1. a) $7x = 6 - \frac{1}{x} \Leftrightarrow 7x^2 = 6x - 1 \Leftrightarrow 7x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1}{14} \cdot (6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 7 \cdot 1}) =$
 $x_{1/2} = \frac{1}{14} \cdot (6 \pm \sqrt{8}) = \frac{1}{7} \cdot (3 \pm \sqrt{2})$

b) $x^4 - x^2 = 20$ mit Substitution $u = x^2$ folgt $u^2 - u - 20 = 0 \Leftrightarrow (u + 4) \cdot (u - 5) = 0 \Leftrightarrow$
 $(u_1 = -4 \text{ keine Lösung für } x^2 = -4); u_2 = 5 \text{ also } x^2 = 5 \text{ und } x_{1/2} = \pm \sqrt{5}$

2. a) $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 1 = -0,5 \cdot (x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 1 =$
 $-0,5 \cdot (x-2)^2 + 2 + 1 = -0,5 \cdot (x-2)^2 + 3$; Scheitel S(2/3)

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,5 \cdot (x-2)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot (x-2)^2 = 3 \Leftrightarrow$
 $(x-2)^2 = 6 \Leftrightarrow x-2 = \pm \sqrt{6} \Leftrightarrow x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{6}$



3. a) $f(x) = -0,5 \cdot (x+1)^2 + 1$

b) $m = \frac{2,5}{4} = \frac{5}{8} = 0,625$ für Berührung muss gelten: $f(x) = g(x)$ hat genau eine Lösung!
 $-0,5 \cdot (x+1)^2 + 1 = m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow -0,5x^2 - x - 0,5 + 1 = m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow$
 $0 = 0,5x^2 + x - 0,5 + m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow 0 = 0,5x^2 + (1+m) \cdot x + 2$
 genau eine Lösung bedeutet: $D = 0 \Leftrightarrow (1+m)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow$
 $(1+m)^2 = 4 \Leftrightarrow 1+m = \pm 2 \Leftrightarrow m_1 = 1 \text{ und } m_2 = -3$

4. Bezeichnungen: Masse des Würfels: r ; Masse der Kugel s ; Masse der Pyramide b

(1) $2r + b + s = 280g$

(2) $5b = 6r + s \Rightarrow s = 5b - 6r$ in (1) und (3)

(3) $b + r = s + 30g$

(1) $2r + b + 5b - 6r = 280g \Leftrightarrow 6b - 4r = 280g \Leftrightarrow 1,5b - 70g = r$ in (3)

(3) $b + r = 5b - 6r + 30g \Leftrightarrow 7r = 4b + 30g$

(3) $7 \cdot (1,5b - 70g) = 4b + 30g \Leftrightarrow 10,5b - 490g = 4b + 30g \Leftrightarrow 6,5b = 520g \Leftrightarrow b = 80g$

$r = 1,5b - 70g = 1,5 \cdot 80g - 70g = 50g$ und $s = 5b - 6r = 5 \cdot 80g - 6 \cdot 50g = 100g$

Die Würfelmasse beträgt 50g, die Kugelmasse 100g und die Pyramidenmasse 80g.

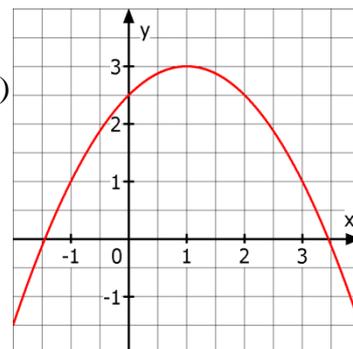
3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 13.04.2016 * Lösungen * Gruppe B

1. a) $7x = \frac{1}{x} - 2 \Leftrightarrow 7x^2 = 1 - 2x \Leftrightarrow 7x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1}{14} \cdot (-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 7 \cdot (-1)}) =$
 $x_{1/2} = \frac{1}{14} \cdot (-2 \pm \sqrt{32}) = \frac{1}{7} \cdot (-1 \pm 2\sqrt{2})$

b) $x^4 + x^2 = 12$ mit Substitution $u = x^2$ folgt $u^2 + u - 12 = 0 \Leftrightarrow (u + 4) \cdot (u - 3) = 0 \Leftrightarrow$
 $(u_1 = -4 \text{ keine Lösung für } x^2 = -4); u_2 = 3 \text{ also } x^2 = 3 \text{ und } x_{1/2} = \pm \sqrt{3}$

2. a) $f(x) = -0,5x^2 + x + 2,5 = -0,5 \cdot (x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 2,5 =$ c)
 $-0,5 \cdot (x-1)^2 + 0,5 + 2,5 = -0,5 \cdot (x-1)^2 + 3$; Scheitel S(1/3)

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,5 \cdot (x-1)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot (x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow$
 $(x-1)^2 = 6 \Leftrightarrow x-1 = \pm \sqrt{6} \Leftrightarrow x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{6}$



3. a) $f(x) = -0,5 \cdot (x-1)^2 + 1$

b) $m = -\frac{2,5}{4} = -\frac{5}{8} = -0,625$ für Berührung muss gelten: $f(x) = g(x)$ hat genau eine Lösung!

$$-0,5 \cdot (x-1)^2 + 1 = m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow -0,5x^2 + x - 0,5 + 1 = m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow$$

$$0 = 0,5x^2 - x - 0,5 + m \cdot x + 2,5 \Leftrightarrow 0 = 0,5x^2 + (m-1) \cdot x + 2$$

genau eine Lösung bedeutet: $D = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$(m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow m-1 = \pm 2 \Leftrightarrow m_1 = 3 \text{ und } m_2 = -1$$

4. Bezeichnungen: Masse des Würfels: r ; Masse der Kugel s ; Masse der Pyramide b

(1) $r + 2b + 2s = 320g$

(2) $5b = r + 4s \Rightarrow r = 5b - 4s$ in (1) und (3)

(3) $b + r = s + 110g$

(1) $5b - 4s + 2b + 2s = 320g \Leftrightarrow 7b - 320g = 2s \Leftrightarrow s = 3,5b - 160g$ in (3)

(3) $b + 5b - 4s = s + 110g \Leftrightarrow 6b = 5s + 110g$

(3) $6b = 5 \cdot (3,5b - 160g) + 110g \Leftrightarrow 6b = 17,5b - 800g + 110g \Leftrightarrow 11,5b = 690g \Leftrightarrow b = 60g$

$s = 3,5 \cdot 60g - 160g = 50g$ und $r = 5b - 4s = 5 \cdot 60g - 4 \cdot 50g = 100g$

Die Würfelmasse beträgt 100g, die Kugelmasse 50g und die Pyramidenmasse 60g.