

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Winkelberechnungen an einem Quader

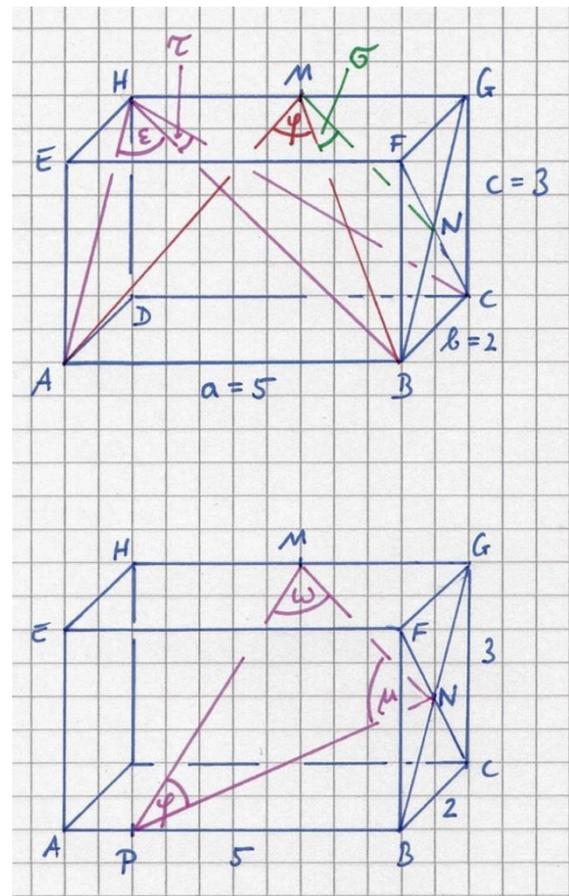
Das Bild zeigt einen Quader mit den Kantenlängen $a = 5$, $b = 2$ und $c = 3$. M halbiert die Strecke $[HG]$ und N ist der Schnittpunkt der Diagonalen im Rechteck $BCGF$.

1. Berechne die Größe der Winkel ε , τ , φ und σ .

Hinweis:

In welchem Rechteck liegen diese Winkel und wie lang sind die Seiten dieses Rechtecks?

2. Berechne alle Innenwinkel und alle Seitenlängen im Dreieck PNM . Es gilt: P teilt die Strecke $[AB]$ im Verhältnis $1 : 4$.



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Winkelberechnungen an einem Quader

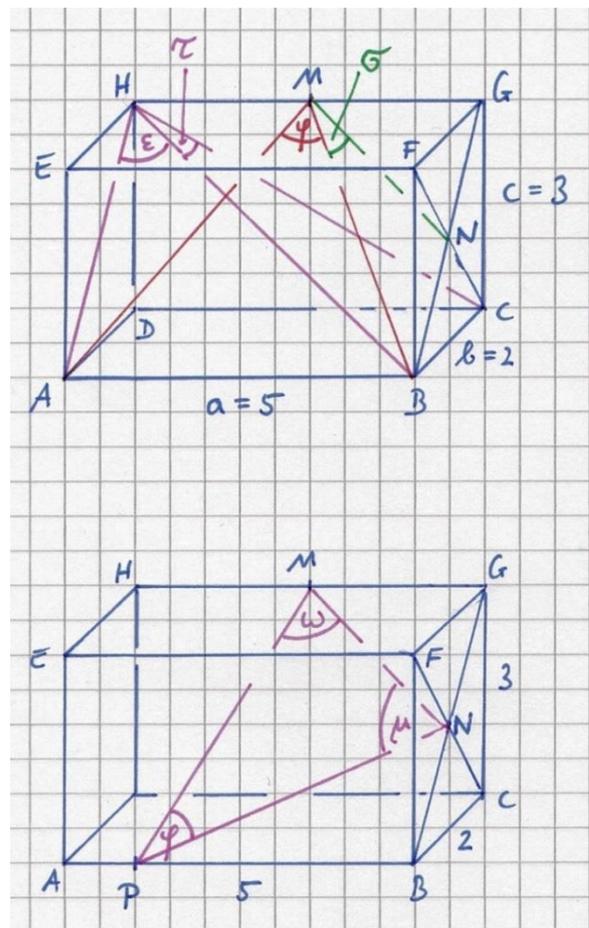
Das Bild zeigt einen Quader mit den Kantenlängen $a = 5$, $b = 2$ und $c = 3$. M halbiert die Strecke $[HG]$ und N ist der Schnittpunkt der Diagonalen im Rechteck $BCGF$.

1. Berechne die Größe der Winkel ε , τ , φ und σ .

Hinweis:

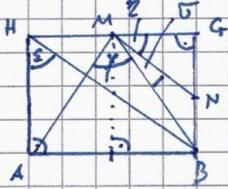
In welchem Rechteck liegen diese Winkel und wie lang sind die Seiten dieses Rechtecks?

2. Berechne alle Innenwinkel und alle Seitenlängen im Dreieck PNM . Es gilt: P teilt die Strecke $[AB]$ im Verhältnis $1 : 4$.



1. ε , φ und σ liegen im Rechteck ABGH; es gilt

$AB = 5$ und $AH = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$



$\tan \varepsilon = \frac{AB}{AH} = \frac{5}{\sqrt{13}} \Rightarrow \varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{13}}\right) = 54,204\dots^\circ$

$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{\frac{1}{2}AB}{\frac{1}{2}AH} = \frac{2,5}{\sqrt{13}} \Rightarrow \varphi = 2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{2,5}{\sqrt{13}}\right) = 69,4729\dots^\circ$

$\tan \gamma = \frac{GH}{\frac{1}{2}AD} = \frac{2\sqrt{13}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{13}}{5} \Rightarrow \gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{13}}{5}\right) = 35,7957\dots^\circ$

$\frac{\varphi}{2} + \sigma + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \sigma = 90^\circ - 34,73\dots^\circ - 35,795\dots^\circ \approx 19,5^\circ$

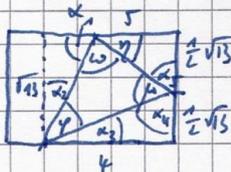
τ liegt im Rechteck HEBC mit d. Katheten

$BC = HE = 2$ und $EB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} = HC$

$\tan \tau = \frac{BC}{HC} = \frac{2}{\sqrt{34}} \Rightarrow \tau = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{34}}\right) = 18,93\dots^\circ \approx 19,0^\circ$

2. ΔPNM liegt im Rechteck ABGH mit d. Katheten

$AB = 5$ und $BG = \sqrt{13}$ $AP = 1$ und $PB = 4$



$\gamma \approx 35,8^\circ$ (siehe 1)

$\tan \alpha_1 = \frac{\sqrt{13}}{1,5} \Rightarrow \alpha_1 = 67,4^\circ$

$\alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1 = 22,6^\circ$

$\tan \alpha_3 = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{13}}{8} \Rightarrow \alpha_3 = 24,3^\circ$

$\alpha_4 = 90^\circ - \alpha_3 = 65,7^\circ$

$\alpha_5 = 90^\circ - \gamma = 54,2^\circ$

$\omega = 180^\circ - \alpha_1 - \gamma = 76,8^\circ$

$\varphi = 90^\circ - \alpha_4 - \alpha_3 = 43,1^\circ$

$\mu = 180^\circ - \alpha_4 - \alpha_5 = 60,1^\circ$

