

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zur Normalparabel

Die Koordinaten des Scheitels einer Normalparabel in Normalform kann man durch quadratische Ergänzung finden. Z.B. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 = (x - 3x + 1,5^2) - 1,5^2 + 2 = (x - 1,5)^2 - 0,25 \quad \text{also } S(1,5 / -0,25)$$

Nun kannst du auch die Schnittpunkte der Normalparabel mit der x -Achse einfach ermitteln:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1,5)^2 - 0,25 = 0 \Leftrightarrow (x - 1,5)^2 = 0,25 \Leftrightarrow |x - 1,5| = \sqrt{0,25} \Leftrightarrow$$

$$x_{1/2} - 1,5 = \pm \sqrt{0,25} \Leftrightarrow x_{1/2} = 1,5 \pm 0,5 \quad \text{also } x_1 = 2 \quad \text{und } x_2 = 1$$

1. Bestimme durch quadratische Ergänzung die Koordinaten des Scheitels.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 11$

b) $g(x) = 3 + 4x + x^2$

c) $h(x) = x \cdot (x - 3) + 7$

d) $k(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 - x^2 + x$



2. Bestimme durch quadratische Ergänzung die Koordinaten des Scheitels und berechne dann die Nullstellen der quadratischen Funktion.

a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

b) $g(x) = x^2 + 3x - 4$

c) $h(x) = x^2 - 2,6x - 1,55$

d) $k(x) = x^2 + 6x + 4$



3. Löse nun die folgenden Gleichungen!

a) $x^2 + 4x + 1 = 0$

b) $x^2 = 3x + 3,75$

c) $x \cdot (x - 2) = 2$

d) $x^2 + 5 = 5x - 1$

4. Zeichne die Graphen der quadratischen und linearen Funktion in ein Koordinatensystem und bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte zunächst graphisch. Berechne dann die Koordinaten der Schnittpunkte.

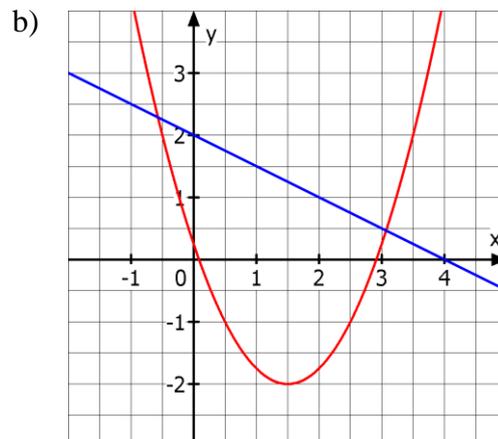
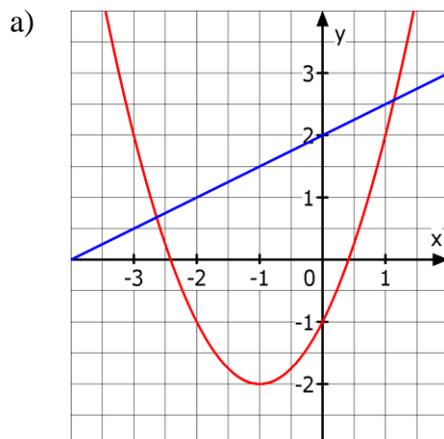
a) $f(x) = (x - 1)^2 - 2$ und $g(x) = 0,5x + 1$

b) $f(x) = x^2 + 2x - 1$ und $g(x) = -0,5x + 1$



5. Das Bild zeigt jeweils eine Gerade und eine Normalparabel.

Bestimme die Funktionsgleichung von Gerade und Normalparabel und berechne dann Die Koordinaten der beiden Schnittpunkte.



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zur Normalparabel * Lösungen

1. a) $f(x) = x^2 - 6x + 11 = (x-3)^2 - 9 + 11 = (x-3)^2 + 2$ also $S(3/2)$
 b) $g(x) = 3 + 4x + x^2 = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1$ also $S(-2/-1)$
 c) $h(x) = x \cdot (x-3) + 7 = x^2 - 3x + 7 = (x-1,5)^2 - 2,25 + 7 = (x-1,5)^2 + 4,75$ also $S(1,5/4,75)$
 d) $k(x) = 2 \cdot (x-1)^2 - x^2 + x = 2x^2 - 4x + 2 - x^2 + x = x^2 - 3x + 2 = (x-1,5)^2 - 2,25 + 2 = (x-1,5)^2 - 0,25$ also $S(1,5/-0,25)$



2. a) $f(x) = x^2 - 5x + 4 = (x-2,5)^2 - 6,25 + 4 = (x-2,5)^2 - 2,25$ also $S(2,5/-2,25)$,
 $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2,5)^2 - 2,25 = 0 \Leftrightarrow (x-2,5)^2 = 2,25 \Leftrightarrow |x-2,5| = \sqrt{2,25} \Leftrightarrow x_{1/2} - 2,5 = \pm 1,5 \Leftrightarrow x_{1/2} = 2,5 \pm 1,5 \Leftrightarrow x_1 = 4; x_2 = 1$
 b) $g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x+1,5)^2 - 2,25 - 4 = (x+1,5)^2 - 6,25$ also $S(-1,5/-6,25)$
 $g(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1,5)^2 = 6,25 \Leftrightarrow |x+1,5| = 2,5 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 2,5 \Leftrightarrow x_{1/2} = -1,5 \pm 2,5 \Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -4$
 c) $h(x) = x^2 - 2,6x - 1,55 = (x-1,3)^2 - 1,69 - 1,55 = (x-1,3)^2 - 3,24$ also $S(1,3/-3,24)$
 $h(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1,3)^2 = 3,24 \Leftrightarrow x-1,3 = \pm 1,8 \Leftrightarrow x_1 = 3,1; x_2 = -0,5$
 d) $k(x) = x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 9 + 4 = (x+3)^2 - 5$ also $S(-3/5)$
 $k(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 5 \Leftrightarrow x+3 = \pm\sqrt{5} \Leftrightarrow x_1 = -3 + \sqrt{5}; x_2 = -3 - \sqrt{5}$

3. a) $x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 + 1 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} + 2 = \pm\sqrt{3} \Leftrightarrow x_{1/2} = -2 \pm \sqrt{3}$
 b) $x^2 = 3x + 3,75 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 3,75 \Leftrightarrow (x-1,5)^2 - 2,25 = 3,75 \Leftrightarrow (x-1,5)^2 = 6 \Leftrightarrow x_{1/2} - 1,5 = \pm\sqrt{6} \Leftrightarrow x_{1/2} = 1,5 \pm \sqrt{6}$
 c) $x \cdot (x-2) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow x_{1/2} - 1 = \pm\sqrt{3} \Leftrightarrow x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{3}$
 d) $x^2 + 5 = 5x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x = -6 \Leftrightarrow (x-2,5)^2 - 6,25 = -6 \Leftrightarrow (x-2,5)^2 = 0,25 \Leftrightarrow x_{1/2} - 2,5 = \pm\sqrt{0,25} \Leftrightarrow x_{1/2} = 2,5 \pm 0,5 \Leftrightarrow x_1 = 3; x_2 = 2$



4. a) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 2 = 0,5x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2,5x = 2 \Leftrightarrow (x-1,25)^2 - \frac{25}{16} = 2 \Leftrightarrow (x-1,25)^2 = \frac{57}{16} \Leftrightarrow x_{1/2} - \frac{5}{4} = \pm\sqrt{\frac{57}{16}} \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{4}; x_1 \approx 3,14; x_2 \approx -0,64$
 b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = -0,5x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2,5x = 2 \Leftrightarrow (x+1,25)^2 - \frac{25}{16} = 2 \Leftrightarrow (x+1,25)^2 - \frac{25}{16} = 2 \Leftrightarrow (x+1,25)^2 = \frac{57}{16} \Leftrightarrow x_{1/2} = -\frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{57}}{4}; x_1 \approx 0,64; x_2 \approx -3,14$

5. a) Parabel: $f(x) = (x+1)^2 - 2 = x^2 + 2x - 1$ und Gerade: $g(x) = 0,5x + 2$
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0,5x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 1,5x = 3 \Leftrightarrow (x+0,75)^2 - \frac{9}{16} = 3 \Leftrightarrow (x+0,75)^2 = \frac{57}{16} \Leftrightarrow x_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{57}}{4}; x_1 \approx 1,14; x_2 \approx -2,64$
 b) Parabel: $f(x) = (x-1,5)^2 - 2 = x^2 - 3x + 0,25$ und Gerade: $g(x) = -0,5x + 2$
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 0,25 = -0,5x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2,5x = 1,75 \Leftrightarrow (x-1,25)^2 - \frac{25}{16} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow (x-1,25)^2 = \frac{53}{16} \Leftrightarrow x_{1/2} - \frac{5}{4} = \pm\sqrt{\frac{53}{16}} \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{4}$ also $x_1 \approx 3,07; x_2 \approx -0,57$