

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Eindimensionale Bewegungen

Beschreibung des freien Falls mit Hilfe der Methode der kleinen Schritte Sprung aus der Höhe h_0 ins Wasser

Im zeitlichen Abstand von Δt berechnen wir mit Hilfe der Tabellenkalkulation EXCEL die jeweils neuen Werte für die Geschwindigkeit v und die Höhe h .

Folgende Größen sollen nachträglich verändert werden können.

Zeitintervall Δt ; Erdbeschleunigung g ; Anfangsgeschwindigkeit v_0 , Anfangshöhe h_0 .

Wählen Sie zunächst die folgenden Anfangswerte:

$$g = -10 \text{ m/s}^2 ; h_0 = 10,0\text{m} ; v_0 = 0 \text{ m/s} ; \text{Startzeitpunkt } t_0 = 0 ; \Delta t = 0,10 \text{ s}$$

Mit diesen Anfangswerten berechnet man mit den bekannten Bewegungsgleichungen leicht, dass man nach $t_A = \sqrt{2} \text{ s} \approx 1,4 \text{ s}$ mit der Geschwindigkeit $v_A = g \cdot t_A = -14 \text{ m/s}$ auftrifft.

1. Versuch der Berechnung

$$t_{\text{neu}} = t_{\text{alt}} + \Delta t$$

$$v_{\text{neu}} = v_{\text{alt}} + \Delta v = v_{\text{alt}} + g \cdot \Delta t$$

$$h_{\text{neu}} = h_{\text{alt}} + \Delta h = h_{\text{alt}} + v_{\text{neu}} \cdot \Delta t$$

Warum liefert diese Berechnung einen etwas zu „flotten“ freien Fall?

2. Versuch der Berechnung

$$t_{\text{neu}} = t_{\text{alt}} + \Delta t$$

$$v_{\text{neu}} = v_{\text{alt}} + g \cdot \Delta t$$

$$h_{\text{neu}} = h_{\text{alt}} + 0,5 \cdot (v_{\text{alt}} + v_{\text{neu}}) \cdot \Delta t$$

Warum liefert dieser Versuch schon ein deutlich besseres Ergebnis?

Zusätzliche Aufgaben:

- Erstellen Sie jeweils auch ein t-h-Diagramm.
- Verwenden Sie für Δt auch die Werte 0,20s bzw. 0,050s bzw. 0,020s. Was fällt auf?
- Verändern Sie für g auch die Werte $-9,8 \text{ m/s}^2$ bzw. $-9,81 \text{ m/s}^2$. Was fällt auf?

Fallschirmsprung mit Luftwiderstand

Beim Sprung aus größerer Höhe wirkt sich auch der Luftwiderstand aus.

Die Luftwiderstandskraft F_L hängt sehr stark von der Geschwindigkeit v ab. Es gilt:

$$F_L = 0,5 \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \quad \text{mit Angriffsfläche } A \text{ des Springers, Luftdichte } \rho, \text{ Geschwindigkeit } v$$

c_w ist der so genannte Luftwiderstandsbeiwert, der von der Haltung des Springers abhängt.

$$\text{Typische Werte: } 0,9 < c_w < 1,1 \quad \text{und} \quad \rho = 1,3 \text{ kg/m}^3 \quad \text{und} \quad 0,2 \text{ m}^2 < A < 0,8 \text{ m}^2$$

Durch den Luftwiderstand wird die resultierende Beschleunigung a immer kleiner. Es gilt:

$$a = \frac{F_{\text{resultierend}}}{m_{\text{Springer}}} = \frac{m \cdot g + 0,5 \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2}{m} = g + \frac{0,5 \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2}{m} = g + \frac{k}{m} \cdot v^2 \quad \text{mit}$$

$$m = m_{\text{Springer}} \quad \text{und} \quad k = 0,5 \cdot c_w \cdot A \cdot \rho$$

Berechnungsschritte:

$$t_{\text{neu}} = t_{\text{alt}} + \Delta t$$

$$v_{\text{neu}} = v_{\text{alt}} + \left(g + \frac{k}{m} \cdot v_{\text{alt}}^2 \right) \cdot \Delta t$$

$$h_{\text{neu}} = h_{\text{alt}} + 0,5 \cdot (v_{\text{alt}} + v_{\text{neu}}) \cdot \Delta t$$

Wählen Sie geeignete Werte (c_w und A sollten zusammenpassen!) und rechnen Sie mit $\Delta t = 1,0 \text{ s}$.

Zeigen Sie, dass der Springer eine bestimmte Geschwindigkeit nicht überschreitet!

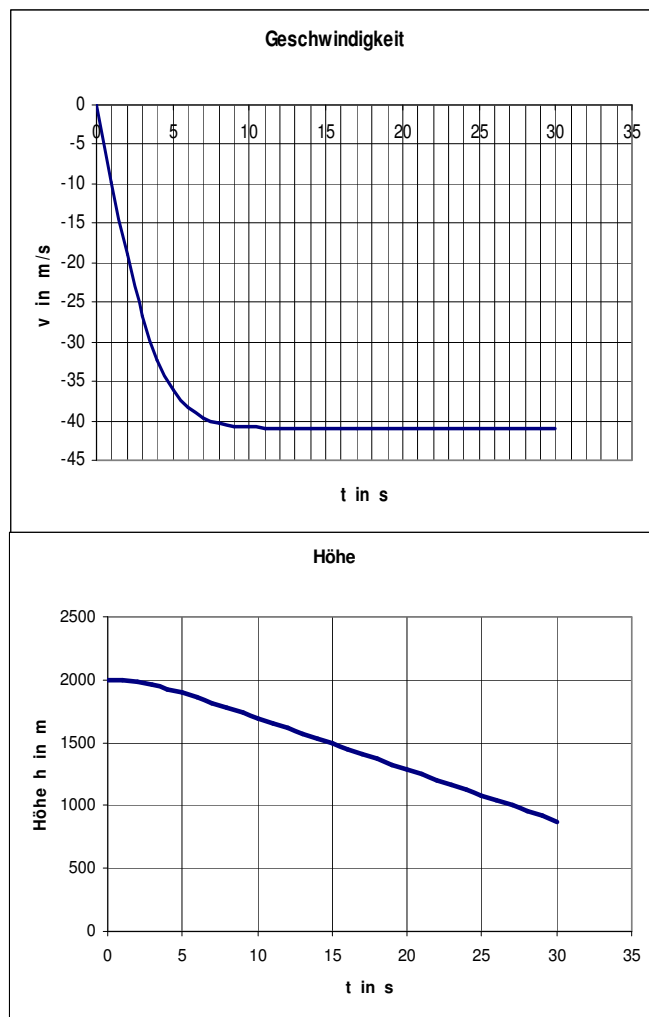


Daten aus dem Excel-Blatt **Fallschirmsprung.xls** :

Fallschirmsprung		Höhe h_0 in m	
		2000	
m in kg	g in m/s^2	c_w	A in m^2
80	-9,8	1,1	0,65
Delta t in s		k in kg/m	Rho in kg/m^3
1		0,46475	1,3
t in s	v in m/s	h in m	
0	0	2000	
1	-9,80	1995	
2	-19,04	1981	
3	-26,74	1958	
4	-32,38	1928	
5	-36,09	1894	
6	-38,32	1857	
7	-39,59	1818	
8	-40,29	1778	
9	-40,66	1737	
10	-40,85	1697	
11	-40,96	1656	
12	-41,01	1615	
13	-41,04	1574	
14	-41,06	1533	
15	-41,06	1492	
16	-41,07	1451	
17	-41,07	1410	
18	-41,07	1368	
19	-41,07	1327	
20	-41,07	1286	
21	-41,07	1245	
22	-41,07	1204	
23	-41,07	1163	
24	-41,07	1122	
25	-41,07	1081	
26	-41,07	1040	
27	-41,07	999	
28	-41,07	958	
29	-41,07	917	
30	-41,07	876	

Die Werte in den gelb hinterlegten Zellen können bequem verändert werden. Tabelle und Graphik werden dann sofort neu berechnet.

Graphische Darstellung von Geschwindigkeit $v(t)$ und Höhe $h(t)$



Für die vorgegebenen Werte liegt die Maximalgeschwindigkeit des Fallschirmspringers knapp unter 150 km/h.

- Welche Werte für A und c_w passen wohl zu einem „Kopfsprung“? Welche Maximalgeschwindigkeit erreicht der Fallschirmspringer dann?

Klären Sie mit dem Excel-Blatt auch folgende Fragen:

- Wie wirkt sich die Masse des Springers auf die Endgeschwindigkeit aus?
- Wie lange etwa dauert ein freier Fall aus 2000m, 5000m bzw. 10000m Höhe?
- Wie wirkt sich eine geringere Dichte (bei höherer Temperatur) aus? Ändert sich die Maximalgeschwindigkeit abhängig von der Höhe über dem Boden?

Fassen Sie Ihre Ergebnisse schriftlich zusammen!