

# Physik \* Jahrgangsstufe 10 \* Die Masse von Himmelskörpern

## Gravitationsgesetz:

Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  im Abstand  $r$  voneinander ziehen sich mit der Gravitationskraft  $F_{\text{grav}}$  an.

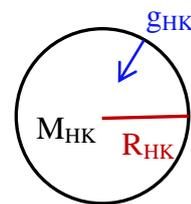


$$F_{\text{grav}} = G^* \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{mit} \quad G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Hierbei ist  $G^*$  eine wichtige Naturkonstante, die so genannte die **Gravitationskonstante**.

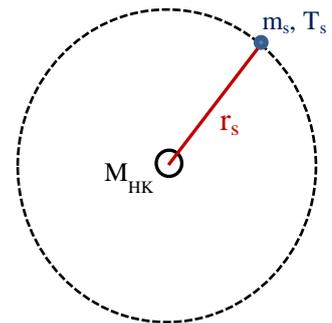
Die **Masse  $M_{\text{HK}}$  eines Himmelskörpers** lässt sich grundsätzlich auf zwei Arten ermitteln.

1. Von einem Himmelskörper ist der Radius  $R_{\text{HK}}$  und die Fallbeschleunigung  $g_{\text{HK}}$  an der Oberfläche bekannt. Es gilt dann für einen beliebigen Gegenstand der Masse  $m$  an der Oberfläche:



$$m \cdot g_{\text{HK}} = F_G = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{HK}}}{R_{\text{HK}}^2} \Rightarrow M_{\text{HK}} = \frac{g_{\text{HK}} \cdot R_{\text{HK}}^2}{G^*}$$

2. Ein Himmelskörper wird von einem beliebigen Satelliten (wie z.B. einem Mond, einem Planeten oder einem künstlichen Satelliten) auf einer Kreisbahn mit Radius  $r_s$  in der Zeit  $T_s$  umrundet. Es gilt dann



$$m_s \cdot \omega_s^2 \cdot r_s = F_Z = G^* \cdot \frac{m_s \cdot M_{\text{HK}}}{r_s^2} \Rightarrow M_{\text{HK}} = \frac{4\pi^2 \cdot r_s^3}{T_s^2 \cdot G^*}$$

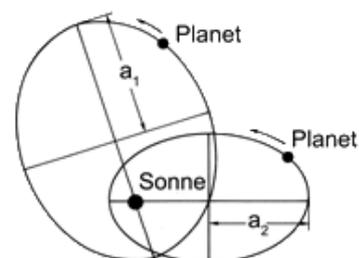
## Aufgaben

1. Berechnen Sie aus der bekannten Fallbeschleunigung von  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und dem Erdradius  $R_E = 6370 \text{ km}$  die Masse der Erde.
2. Berechnen Sie aus dem Abstand  $d_{\text{Erde-Sonne}} = 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 1 \text{ A}$  (Astronomische Einheit) und der bekannten Umlaufdauer der Erde um die Sonne die Sonnenmasse.
3. Das 3. Gesetz von Kepler lautet:  
Die Quadrate der Umlaufzeiten  $T$  zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachsen  $a$  dieser Planeten.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad \text{d.h.} \quad \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \text{konstant} = K$$

Zeigen Sie, dass für die Konstante  $K$  gilt:

$$K = \frac{4\pi^2}{G^* \cdot M_{\text{Sonne}}}$$



## Physik \* Jahrgangsstufe 10 \* Die Masse von Himmelskörpern

### Lösungen



$$1. m \cdot g_{\text{Erde}} = F_G = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{R_{\text{Erde}}^2} \Rightarrow$$

$$M_{\text{Erde}} = \frac{g_{\text{Erde}} \cdot R_{\text{Erde}}^2}{G^*} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6370 \cdot 10^3 \text{m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = 5,961... \cdot 10^{24} \text{kg} \approx 6,0 \cdot 10^{24} \text{kg}$$

$$2. m_S \cdot \omega_S^2 \cdot r_S = F_Z = G^* \cdot \frac{m_S \cdot M_{\text{HK}}}{r_S^2} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_S}\right)^2 \cdot r_S^3 = G^* \cdot M_{\text{HK}} \Rightarrow M_{\text{HK}} = \frac{4\pi^2 \cdot r_S^3}{T_S^2 \cdot G^*}$$

$$M_{\text{Sonne}} = \frac{4\pi^2 \cdot r_{\text{Erde}}^3}{T_{\text{Erde}}^2 \cdot G^*} = \frac{4\pi^2 \cdot (150 \cdot 10^9 \text{m})^3}{(365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} \approx 2,0 \cdot 10^{30} \text{kg}$$

$$3. m_{\text{Planet}} \cdot \omega_{\text{Planet}}^2 \cdot r_{\text{Planet}} = F_Z = G^* \cdot \frac{m_{\text{Planet}} \cdot M_{\text{Sonne}}}{r_{\text{Planet}}^2} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_{\text{Pl}}}\right)^2 \cdot r_{\text{Pl}}^3 = G^* \cdot M_{\text{Sonne}} \Rightarrow$$

$$\frac{4\pi^2 \cdot r_{\text{Pl}}^3}{T_{\text{Pl}}^2} = G^* \cdot M_{\text{Sonne}} \Rightarrow \frac{r_{\text{Pl}}^3}{T_{\text{Pl}}^2} = \frac{G^* \cdot M_{\text{Sonne}}}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{T_{\text{Pl}}^2}{r_{\text{Pl}}^3} = \frac{4\pi^2}{G^* \cdot M_{\text{Sonne}}} \quad (\text{und } r_{\text{Pl}} \hat{=} a_{\text{Pl}})$$