Physik * Jahrgangsstufe 10 * Materiewellen

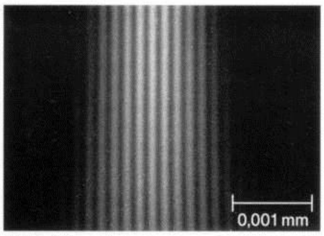
Ein Photon hat die Energie $E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ und nach der SRT auch $E = m \cdot c^2$.

Für die Wellenlänge λ des Photons gilt damit auch $\lambda = \frac{h \cdot c}{m \cdot c^2} = \frac{h}{m \cdot c} = \frac{h}{p}$ mit dem Impuls p.

Nach de Broglie (1924) gehört zu jedem Teilchen mit Ruhemasse m_o eine Materiewellenlänge mit der Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$, wobei p ebenfalls den Impuls des Teilchens angibt.

1. Elektronen der kinetischen Energie 500 eV treffen auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand von 200 nm. Im Abstand von 30,0cm hinter dem Doppelspalt wird das Interferenzbild aufgefangen.
   a) Berechnen Sie die Materie-Wellenlänge der Elektronen.
   b) Bestimmen Sie den Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung auf dem Schirm.
   c) Warum ist es wichtig, dass die Elektronen alle die gleiche kinetische Energie von 500 eV besitzen?

2. 1961 gelang dem Physiker Claus Jönsson in Tübingen erstmals der Nachweis von Elektroneninterferenzen am Doppelspalt. Elektronen der kinetischen Energie von 50 keV trafen auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 2,0 µm und der Spaltbreite 0,5 µm. Das Bild zeigt in sehr starker Vergrößerung das dabei entstandene Interferenzbild.



   (In einer Umfrage des Organs der englischen physikalischen Gesellschaft „Physics World“ nach dem schönsten Experiment aller Zeiten im Jahre 2002 kam dieses Experiment auf den ersten Platz.)
   a) Berechnen Sie die Materie-Wellenlänge der Elektronen.
   (Hinweis: Relativistische Rechnung erforderlich! Nach der SRT gilt für den Impuls $p = m(v) \cdot v = \frac{m_o \cdot v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$ und $E_{kin} = (m(v) - m_o) \cdot c^2$.)
   b) Berechnen Sie den Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung auf dem Bild, falls sich der Auffangschirm für die Elektronen 5,0cm hinter dem Doppelspalt befand.

3. Berechnen Sie die Materiewellenlänge eines Golfballs mit der Masse 45,9 g und der Geschwindigkeit 150 km/h. (Die maximale Abschlaggeschwindigkeit liegt bei etwa 340 km/h.) Warum kann man mit diesem Golfball keine Interferenzbilder erzeugen?

4. Berechnen Sie die Materiewellenlängen von Elektronen und Protonen, die eine Spannung von 1,0 kV durchlaufen haben.

Louis de Broglie
(1892-1987)

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Js$ $\quad e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,As$ $\quad c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\,m/s$

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg$ $\quad m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg$

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Materiewellen * Lösungen

1. a) $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = e\cdot U \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\,\text{As}\cdot 500\,\text{V}}{9{,}11\cdot 10^{31}\,\text{kg}}} = 1{,}33\cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$p = m\cdot v = 9{,}11\cdot 10^{-31}\text{kg}\cdot 1{,}33\cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}21\cdot 10^{-23}\,\text{Ns}\;;\;\; \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{1{,}21\cdot 10^{-23}\,\text{Ns}} = 5{,}5\cdot 10^{-11}\text{m}$

b) $b = 200\cdot 10^{-9}\text{m}$ und $b\cdot\sin\alpha = \Delta s = 1\cdot\lambda \;\Rightarrow\; \alpha = \sin^{-1}(\frac{\lambda}{b}) = \sin^{-1}(\frac{5{,}5\cdot 10^{-11}\text{m}}{200\cdot 10^{-9}\text{m}}) = 0{,}016^{\circ}$

$d = 30\text{cm}$ und Abstand y der beiden Maxima 1. Ordnung:

$y = 2\cdot d\cdot\tan\alpha = 2\cdot 0{,}30\text{m}\cdot\tan 0{,}016^{\circ} = 1{,}7\cdot 10^{-4}\text{m} = 0{,}17\,\text{mm}$

c) Bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten ergeben sich unterschiedliche Wellenlängen, und damit ergibt sich ein „verschmiertes“ Interferenzbild.

2. a) $50\,\text{keV} = [m(v) - m_o]\cdot c^2 \;\Rightarrow\; m(v) = \frac{50\cdot 10^{3}\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\,\text{As}\cdot\text{V}}{(3{,}00\cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} + m_o = 8{,}89\cdot 10^{-32}\text{kg} + m_o$

$m(v) = \frac{8{,}89\cdot 10^{-32}\text{kg}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\text{kg}}\cdot m_o + m_o = 1{,}0976\,m_o$ also $1{,}0976\,m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \;\Rightarrow$

$\sqrt{1-(v/c)^2} = \frac{1}{1{,}0976} \;\Rightarrow\; 1-(v/c)^2 = 0{,}830 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{0{,}170}\;c = 0{,}412\,c = 1{,}24\cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$p = m(v)\cdot v = 1{,}0976\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\text{kg}\cdot 1{,}24\cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}2\cdot 10^{-22}\,\text{Ns}$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{1{,}2\cdot 10^{-22}\,\text{Ns}} = 5{,}5\cdot 10^{-12}\text{m}$

Louis de Broglie
(1892-1987)

b) $b = 2{,}0\cdot 10^{-6}\text{m}$ und $b\cdot\sin\alpha = \Delta s = 1\cdot\lambda \;\Rightarrow$

$\alpha = \sin^{-1}(\frac{\lambda}{b}) = \sin^{-1}(\frac{5{,}5\cdot 10^{-12}\text{m}}{2{,}0\cdot 10^{-6}\text{m}}) = 0{,}00016^{\circ}$

$d = 5{,}0\text{cm}$ und Abstand y der beiden Maxima 1. Ordnung:

$y = 2\cdot d\cdot\tan\alpha = 2\cdot 0{,}050\,\text{m}\cdot\tan 0{,}00016^{\circ} = 2{,}8\cdot 10^{-7}\text{m}$

3. $p = m(v)\cdot v = 0{,}0459\,\text{kg}\cdot\frac{150}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}91\,\text{Ns}\;;\;\; \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{1{,}91\,\text{Ns}} = 3{,}5\cdot 10^{-34}\text{m}$

Für beobachtbare Interferenzerscheinungen sollte die Spaltbreite in der Größenordnung der Wellenlänge liegen. 10^{-34}m ist aber viele Zehnerpotenzen zu klein für realisierbare Spalte.

4. $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = e\cdot U \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m}}$ und $p = m\cdot v = m\cdot\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m}} = \sqrt{2\cdot m\cdot e\cdot U}$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot e\cdot U}}$ also $\lambda_e = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{\sqrt{2\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\,\text{Js}\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\,\text{As}\cdot 10^{3}\,\text{V}}} = 3{,}9\cdot 10^{-11}\text{m}$

$\lambda_p = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{\sqrt{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,\text{Js}\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\,\text{As}\cdot 10^{3}\,\text{V}}} = 9{,}1\cdot 10^{-13}\text{m}$