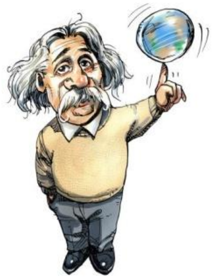
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur Speziellen Relativitätstheorie (SRT)



1. Beschreiben Sie genau auch anhand von Beispielen, was mit den folgenden Formeln der SRT ausgedrückt wird.

a) $m(v) = \dfrac{m_o}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

b) $E = m \cdot c^2$ und $E_{kin} = (m - m_o) \cdot c^2$

c) $\Delta t = \dfrac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

d) $\Delta \ell = \Delta \ell_o \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$

2. Ein Raumschiff bewegt sich mit 60%, 80% bzw. 95% der Lichtgeschwindigkeit an der Erde vorbei.

   a) Im Raumschiff dauert das Zubereiten einer Mahlzeit 1,00 Stunden. Welche Zeitspanne messen wir auf der Erde für das Zubereiten dieser Mahlzeit?
   b) Welche Masse hat für uns der Kommandant des Raumschiffs, wenn dieser seine Masse mit dem Wert von 80 kg angibt.

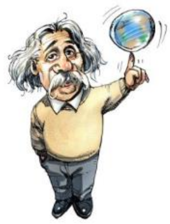
3. Welche Energie (in kWh) steckt in einem Kilogramm Masse?
   Wie viele Haushalte (mit 4 Personen) könnte man damit ein Jahr mit elektrischer Energie versorgen, wenn der jährliche Verbrauch an elektr. Energie einer Person bei ca. 2500 kWh liegt?

4. In Cern will man Protonen „erzeugen“, deren Masse das 10-fache bzw. 100-fache der Ruhemasse eines Protons beträgt. Welche Geschwindigkeit (in Prozent der Lichtgeschwindigkeit) müssen diese Protonen dann besitzen?

5. Die Entfernung von unserem Sonnensystem zum nächstgelegenen Stern Proxima Centauri beträgt 4,2 Lichtjahre. Astronaut Pirx behauptet, dass er diese Entfernung in weniger als einem Jahr zurücklegen kann.
   Begründen Sie, dass Pirx recht hat. Mit welcher (konstanten) Geschwindigkeit muss Pirx reisen, wenn er in 6 Monaten diese Strecke bewältigen will?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur Speziellen Relativitätstheorie (SRT) * Lösungen

1. a) Die Masse eines Körpers hängt von seiner Geschwindigkeit ab.
   m_o gibt die so genannte Ruhemasse eines Körpers an.
   b) Energie und Masse sind äquivalent. Für die kinetische Energie gilt bei hohen Geschwindigkeiten nicht mehr $E_{kin} = 0,5 \cdot m \cdot v^2$ sondern $E_{kin} = \Delta m \cdot c^2$ mit dem Massenzuwachs $\Delta m = m(v) - m_o$.
   c) Eine bewegte Uhr geht um den Faktor $\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ langsamer als ein Satz synchronisierter Uhren, an denen sie sich vorbei bewegt.
   d) Ein Stab der Ruhelänge $\Delta \ell_o$ wird in einem dazu mit v bewegten System in Bewegungsrichtung um den Faktor $\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ verkürzt gemessen.



2. a) Für die Zeitspanne $\Delta t_o = 1,00\,h$ im Raumschiff messen wir eine längere Zeitspanne Δt

$$v = 0,60c \;\Rightarrow\; \Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-0,6^2}} = \frac{1,00\,h}{0,80} = 1,25\,h = 1h\,15\,min$$

$$v = 0,80c \;\Rightarrow\; \Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-0,8^2}} = \frac{1,00\,h}{0,60} = 1h\,40\,min$$

$$v = 0,80c \;\Rightarrow\; \Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-0,95^2}} = \frac{1,00\,h}{0,3122...} \approx 3,20\,h = 3h\,12\,min$$

   b) Ruhemasse des Kommandanten: $m_o = 80\ kg$

$$v = 0,60\,c \;\Rightarrow\; m = \frac{m_o}{\sqrt{1-0,60^2}} = \frac{m_o}{0,8} = 1,25\,m_o = 100\,kg$$

$$v = 0,80\,c \;\Rightarrow\; m = \frac{m_o}{\sqrt{1-0,80^2}} \approx 133\,kg \quad ; \quad v = 0,95\,c \;\Rightarrow\; m = \frac{m_o}{\sqrt{1-0,95^2}} \approx 256\,kg$$

3. $$E = m \cdot c^2 = 1,0kg \cdot (3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2 = 9,0 \cdot 10^{16}\ J = \frac{9,0 \cdot 10^{16}\ Ws \cdot 3600 \cdot 1000}{3600 \cdot 1000} = \frac{9,0 \cdot 10^{16}\ kWh}{3600 \cdot 1000} = 2,5 \cdot 10^{10}\,kWh\,;$$

$\frac{2,5 \cdot 10^{10}\,kWh}{4 \cdot 2500\,kWh} = 2,5 \cdot 10^6$; 2,5 Millionen Haushalte könnte man damit ein Jahr mit elektrischer Energie versorgen.

4. $$10 \cdot m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \;\Rightarrow\; \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{10} \;\Rightarrow\; 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{100} \;\Rightarrow\; v^2 = 0,99 \cdot c^2 \;\Rightarrow\; v \approx 0,995\,c$$

$$100 \cdot m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \;\Rightarrow\; \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{100} \;\Rightarrow\; 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{10000} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{0,9999 \cdot c^2} \approx 0,99995\,c$$

5. Die Wegstrecke x = 4,2 Lichtjahre ist für den mit der Geschwindigkeit v reisenden Astronauten Pirx um den Faktor $\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ verkürzt. Für diese verkürzte Strecke will Pirx nur 6 Monate benötigen, d.h.

$$v = \frac{4,2\,Lj \cdot \sqrt{1-v^2 / c^2}}{0,5\,a} \;\Rightarrow\; v = \frac{4,2 \cdot c \cdot 1a \cdot \sqrt{1-v^2 / c^2}}{0,5\,a} \Rightarrow v = 8,4\,c \cdot \sqrt{1-v^2 / c^2} \;\Rightarrow$$

$$\frac{v}{\sqrt{1-v^2 / c^2}} = 8,4\,c \;\Rightarrow\; \frac{v^2}{1-v^2 / c^2} = 70,56\,c^2 \;\Rightarrow\; v^2 = 70,56\,c^2 \cdot (1 - v^2 / c^2) \Rightarrow v^2 = 70,56\,c^2 - 70,56\,v^2 \;\Rightarrow$$

$$71,56\,v^2 = 70,56\,c^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{70,56}{71,56}}\,c \approx 0,993\,c$$