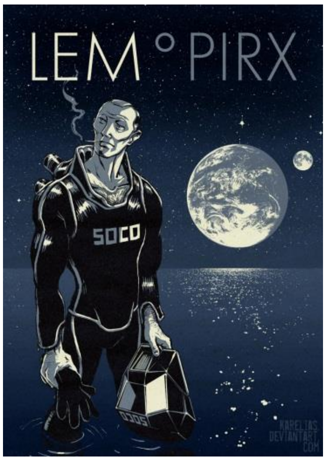
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Vier weitere Aufgaben zur SRT

1. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein Proton bewegen, so dass seine Masse das Doppelte seiner Ruhemasse beträgt?

2. Ein außerirdisches Raumschiff saust mit nahezu Lichtgeschwindigkeit an der Erde vorbei. Das Raumschiff – dessen Länge in Ruhe 500m beträgt – wird von der Luftabwehr der Erde mit einer Länge von lediglich 100m gemessen. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Außerirdischen?

3. Die Raumstation ISS umrundet die Erde in ca. 91 Minuten in einer durchschnittlichen Höhe von 350 km (Erdradius 6370 km). Welche Geschwindigkeit hat die ISS relativ zur Erde? Um welche Zeitspanne geht aufgrund der Relativbewegung zur Erde eine hochpräzise Atomuhr auf der ISS innerhalb eines Jahres gegenüber einer Uhr auf der Erde nach? (Hinweis: Aufgrund der geringeren Schwerkraft in 350km Höhe geht eine Uhr nach der Allgemeinen Relativitätstheorie minimal schneller als eine Uhr auf der Erde. Der Effekt durch die Gravitation beträgt in 350km Höhe aber nur etwa ein Zehntel des Effekts aufgrund der Relativbewegung, so dass die Uhr in der ISS insgesamt langsamer geht.)

4. Astronaut Pirx will unsere Galaxie mit einem Durchmesser von ca. 100 000 Lichtjahren in 10 Jahren durchqueren.
   Mit welcher Geschwindigkeit muss Pirx reisen?



Hinweis:
1 Lichtjahr = 1 Lj = $c \cdot 1a$

Antworten:

1. v = 0,87 c	2. v = 0,98 c
3. um 0,01 s	4. v = 0,999 999 995 c

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Vier weitere Aufgaben zur SRT * Lösungen

1. $m(v) = 2 \cdot m_o \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2m_o \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = 0{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 0{,}25 \quad \Leftrightarrow$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 0{,}75 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = 0{,}8660...c \approx 0{,}87\,c$$

2. $\ell' = \ell \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Leftrightarrow$ hier $100m = 500m \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Leftrightarrow \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$

$$1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{25} \Leftrightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{24}{25} \Leftrightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{24}{25}} \Leftrightarrow v = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{5} \cdot c = 0{,}979795...c \approx 0{,}98\,c$$

3. $v = \dfrac{2\pi \cdot (R_{Erde} + h)}{91\,min} = \dfrac{2\pi \cdot (6370km + 350km)}{91 \cdot 60s} = 7{,}73... \dfrac{km}{s} = \dfrac{7{,}73...}{3{,}0 \cdot 10^5}\,c \approx 0{,}0000258\,c$

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \Delta t \cdot \sqrt{1-(0{,}0000258)^2} = \Delta t \cdot 0{,}9999999997$$

In einem Jahr geht die Uhr in der ISS also nach um

$1{,}0\,a - 1{,}0\,a \cdot 0{,}9999999997 = (1-0{,}9999999997) \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,s = 0{,}0104...s \approx 0{,}010\,s$

(Da wegen der Gravitation die Uhr in der ISS um etwa $0{,}001s$ schneller läuft, geht sie insgesamt also nur um ca. $0{,}009\,s$ nach.)

4. Wenn Pirx sehr schnell reist, dann erscheint ihm der Durchmesser der Galaxie von 100 000 Lichtjahre = 10^5 Lj = $10^5 \cdot c \cdot 1a$ extrem verkürzt.
Für seine Geschwindigkeit sollte also aus seiner Sicht gelten:

$$v = \frac{\ell'}{10\,a} = \frac{100\,000 \cdot Lj \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{10\,a} = \frac{100\,000 \cdot c \cdot 1a \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{10\,a} = 10\,000\,c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

also $v = 10^4 \cdot c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Leftrightarrow v^2 = 10^8 c^2 \cdot (1-\frac{v^2}{c^2}) \Leftrightarrow v^2 = 10^8 c^2 - 10^8 v^2 \Leftrightarrow$

$$(10^8+1)\,v^2 = 10^8 c^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{10^8}{10^8+1}}\,c = 0{,}999999995\,c$$