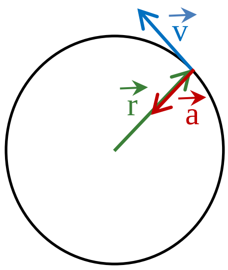
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Zentripetalkraft

Bewegt sich ein Gegenstand der Masse m mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius r, so kann man den Aufenthaltsort (x/y) des Gegenstands einfach angeben:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cdot\cos(\frac{2\pi}{T}\cdot t) \\ r\cdot\sin(\frac{2\pi}{T}\cdot t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cdot\cos(\omega\cdot t) \\ r\cdot\sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = r\cdot\begin{pmatrix} \cos(\omega\cdot t) \\ \sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = \left[\vec{r}(t) \text{ so genannter Ortsvektor}\right]$$

wegen $(\cos(\omega\cdot t))^2 + (\sin(\omega\cdot t))^2 = 1$ gibt dieser Ortsvektor an, dass der Gegenstand stets den Abstand r vom Ursprung des Koordinatensystems besitzt.
Nun kann man rein mathematisch zu jedem Zeitpunkt auch Richtung und Betrag der Geschwindigkeit und der Beschleunigung des Gegenstands herleiten.

Es gilt $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t) \\ r\cdot\omega\cdot\cos(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = r\cdot\omega\cdot\begin{pmatrix} \cos(\omega\cdot t) \\ \sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix}$



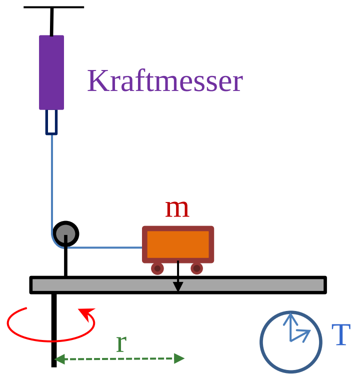
und d.h., die Geschwindigkeit hat stets den konstanten Betrag $v = r\cdot\omega$

und $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\cdot\omega^2\cdot\cos(\omega\cdot t) \\ -r\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = -r\cdot\omega^2\cdot\begin{pmatrix} \cos(\omega\cdot t) \\ \sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix}$

der Gegenstand erfährt also die konstante Beschleunigung $a = r\cdot\omega^2$,
die stets zum Ursprung, d.h. zum Mittelpunkt der Kreisbewegung hinzeigt.

Wegen $F = a\cdot m$ muss auf den Gegenstand daher eine Kraft $F = F_Z = m\cdot r\cdot\omega^2$ wirken, die ebenfalls stets zum Mittelpunkt der Kreisbewegung zeigt.
F_Z wird Zentripetalkraft genannt.

Mit dem abgebildeten Versuchsaufbau kann man die Formel für die Zentripetalkraft bestätigen.



$$F_Z = m\cdot\omega^2\cdot r = \frac{m\cdot v^2}{r} \qquad (\text{wegen } v = \omega\cdot r)$$

mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ gilt $F_Z = m\cdot\omega^2\cdot r = \frac{m\cdot 4\pi^2\cdot r}{T^2}$

also $T = \sqrt{\frac{m\cdot 4\pi^2\cdot r}{F}}$ (*)

Für einen bestimmten Radius r wird eine festgelegte Kraft F eingestellt. Dann wird für eine Masse m die Umlaufdauer T ermittelt. Vergleichen Sie den gemessen Wert für T mit dem theoretischen Wert $T_{theoretisch}$ (*) .

Masse m	r	F	T		$T_{theoretisch}$