Q12 * Astrophysik * Bewegung von Planeten und Erdmond

1. In einer Formelsammlung findet man folgende Angaben zur Venus:
   Bahnradius: 0,723 AE Radius: 6050 km

   a) Wie groß ist die Zeitspanne zwischen unterer und oberer Konjunktion der Venus?

   b) Bestimmen Sie die maximale Elongation der Venus!
   Prüfen Sie, ob es möglich ist Venus um Mitternacht zu beobachten? Hängt dies von der Jahreszeit ab?

   c) Wie groß ist der maximale Winkeldurchmesser unter dem man die Venus beobachten kann?

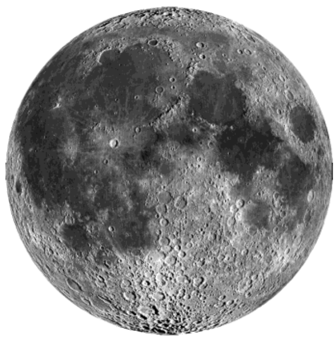
2. a) Die Zeitdauer zwischen zwei Oppositionsstellungen des Planeten Jupiter beträgt etwa 1 Jahr und 34 Tage.
   Bestimmen Sie daraus die siderische Umlaufdauer des Jupiters.

   b) Die mittlere siderische Umlaufdauer des Mars beträgt nach den Angaben einer Formelsammlung 1,881 Jahre.

   Am 22. Mai 2016 befand sich Mars in Opposition.
   Wann kann man Mars wieder die gesamte Nacht beobachten?

3. Die Zeitspanne, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Mondphasen verstreicht, heißt synodischer Monat. Diese von der Erde aus einfach zu messende Zeitspanne beträgt 29,5 Tage.
   Erklären Sie mit einer Zeichnung, was man unter dem siderischen Monat versteht und bestätigen Sie mit einer geeigneten Rechnung, dass der siderische Monat 27,3 Tage dauert.



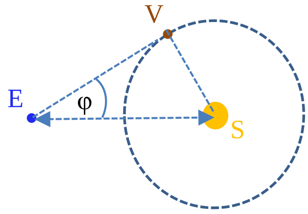
Q12 * Astrophysik * Bewegung von Planeten und Erdmond * Lösung

1\. a) $\frac{T_{sid,Venus}{}^2}{a_{Venus}{}^3} = \frac{(1a)^2}{(1AE)^3} \Rightarrow T_{sid,Venus} = 1a \cdot \sqrt{\left(\frac{0,723\,AE}{1\,AE}\right)^3} = 1a \cdot \sqrt{0,723^3} = 0,615\,a$

$$\frac{1}{T_E} = \frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_{syn}} \Rightarrow \frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_E} \Rightarrow \frac{1}{T_{syn}} = \frac{T_E - T_{sid}}{T_{sid} \cdot T_E} \Rightarrow$$

$$T_{syn} = \frac{T_{sid} \cdot T_E}{T_E - T_{sid}} = \frac{0,615 \cdot 1}{1 - 0,615}\,a = 1,60\,a$$

$$T_{unt\,K-ob\,K} \approx \frac{1}{2} \cdot T_{syn} = 0,80\,a \approx 290\,d$$



b) $\sin\varphi = \frac{a_{Venus}}{1\,AE} = 0,723 \Rightarrow$ maximale Elongation $\varphi = 46,3^\circ$

$\varphi \mathrel{\hat{=}} \frac{46,3^o}{360^o} \cdot 24\,h = 3,1\,h$, d.h. Venus geht spätestens 3,1h nach der Sonne unter und ist daher um Mitternacht in Deutschland nie zu sehen, unabhängig von der Jahreszeit.

c) Der minmale Abstand von Erde und Venus beträgt $r_{min} = 1AE - a_{Venus} = 0,277\,AE$

Für den maximalen Winkel α unter dem man die Venus von der Erde aus sehen kann gilt:

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{R_{Venus}}{r_{min}} = \frac{6050\,km}{0,277 \cdot 150 \cdot 10^6\,km} = 0,0001456.... \Rightarrow \alpha = 0,017^\circ \approx 1'$$

2\. a) $\frac{1}{T_E} = \frac{1}{T_{sid}} + \frac{1}{T_{syn}} \Rightarrow \frac{1}{T_{sid}} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_{syn}} = \frac{T_{syn} - T_E}{T_E \cdot T_{syn}} \Rightarrow$

$$T_{sid} = \frac{T_{syn} \cdot T_E}{T_{syn} - T_E} = \frac{(365+34) \cdot 365\,d}{34} = 4283,...d = 11,7\,a$$

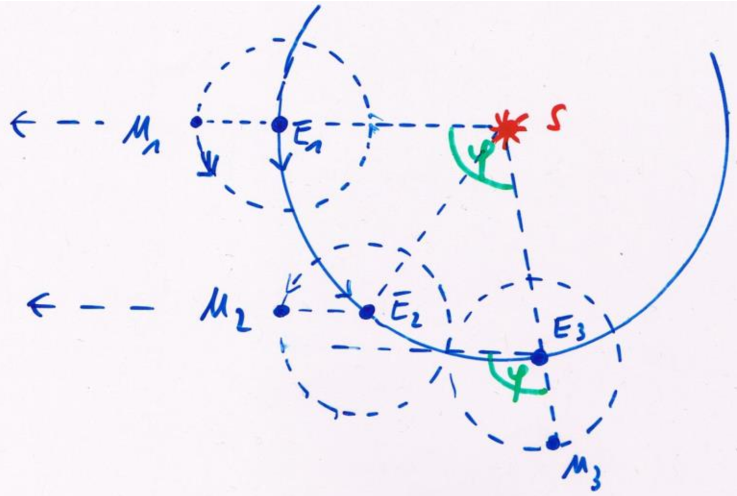
b) $\frac{1}{T_E} = \frac{1}{T_{sid}} + \frac{1}{T_{syn}} \Rightarrow \frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_{sid}} = \frac{T_{sid} - T_E}{T_E \cdot T_{sid}} \Rightarrow$

$$T_{syn} = \frac{T_{sid} \cdot T_E}{T_{sid} - T_E} = \frac{1,881 \cdot 1a}{0,881} = 2,14\,a \approx 2a\ 50\,d$$

Die nächste Opposition ist also etwa in 2 Jahren und 2 Monaten zu erwarten.
Mars lässt sich also im Juli 2018 wieder die ganze Nacht über beobachten.

Q12 * Astrophysik * Bewegung von Planeten und Erdmond * Lösung

3.



$1 \rightarrow 2$ siderischer Monat

$1 \rightarrow 3$ synod. Monat

$$T_{syn,M} \overset{①}{=} \frac{\varphi}{360°} T_E \overset{②}{=} T_{sid} + \frac{\varphi}{360°} T_{sid}$$

aus ①: $\frac{\varphi}{360°} = \frac{T_{syn}}{T_E}$ in ②: $T_{syn} = T_{sid} + \frac{\varphi}{360°} \cdot T_{sid}$

$$\Rightarrow \quad T_{syn} = T_{sid} + \frac{T_{syn}}{T_E} \cdot T_{sid} \quad \Big/ \cdot \frac{1}{T_{sid} \cdot T_{syn}}$$

$$\frac{1}{T_{sid}} = \frac{1}{T_{syn}} + \frac{1}{T_E} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{T_E} = \frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_{syn}}}$$

(Für innere Planeten und den Erdmond gilt die gleiche Formel für T_{sid} und T_{syn} !)

Mond: $T_{syn} = 29{,}5\,d \qquad T_E = 1a = 365{,}25\,d \quad \Rightarrow$

$$\frac{1}{T_{sid}} = \frac{1}{T_E} + \frac{1}{T_{syn}} \quad \Rightarrow \quad T_{sid} = \frac{T_E \cdot T_{syn}}{T_E + T_{syn}}$$

$$T_{sid,Mond} = \frac{365{,}25 \cdot 29{,}5}{365{,}25 + 29{,}5}\,d = 27{,}3\,d$$