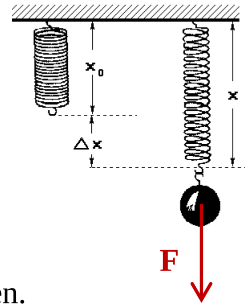
Physik * Jahrgangsstufe 8 * Herleitung der Formel für die Spannenergie

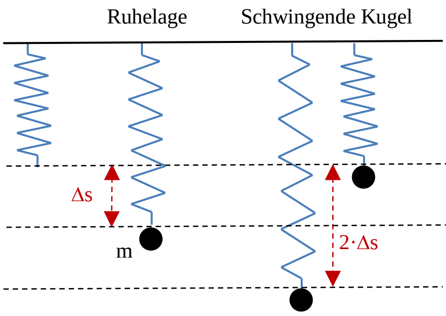


Für eine Feder gilt das so genannte Hookesche Gesetz.
Die Dehnung Δx einer Feder ist direkt proportional zur wirkenden Kraft F, d.h.

$$\frac{F}{\Delta x} = \text{konstant} = D \quad \text{bzw.} \quad F = D \cdot \Delta x$$

Die für die jeweilige Feder charakteristische Größe D wird Federhärte genannt und in der Einheit N/m (oder N/cm) angegeben.

Versuch:



Hängt man an eine Feder der Federhärte D eine Kugel der Masse m mit der Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$, so wird die Feder um Δs gedehnt und ruht dann in der so genannten Ruhelage.
Es gilt also

(1) $\quad F_G = D \cdot \Delta s \quad \text{also} \quad m \cdot g = D \cdot \Delta s$

Hebt man nun die Kugel mit der Hand so weit hoch,
dass die Feder wieder ganz entspannt ist, und lässt man dann die Kugel los, so schwingt sie hin und her.

Beobachtung: Der untere Umkehrpunkt ist nun doppelt so weit vom oberen Umkehrpunkt entfernt wie bei der Ruhelage.

Während des Schwingens der Kugel werden ständig die drei Energieformen potentielle Energie, kinetische Energie und Spannenergie ineinander umgewandelt.
Ganz oben besitzt die Kugel nur potentielle Energie (zur Höhe $h = 2 \cdot \Delta s$), ganz unten dagegen hat die Kugel nur Spannenergie, die zu einer Dehnung $\Delta x = 2 \cdot \Delta s$ gehört.

(2) $\quad \Delta x = 2 \cdot \Delta s \quad \text{bzw.} \quad \Delta s = \frac{1}{2} \cdot \Delta x$

Nach dem Energieerhaltungssatz gilt:

$E_{\text{ges, ganz oben}} = E_{\text{ges, ganz unten}}$ und

$E_{\text{ges, ganz oben}} = E_{pot} = m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s$ und $E_{\text{ges, ganz unten}} = E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x = 2 \cdot \Delta s)$ also

(3) $\quad m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s = E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x)$

Mit den drei Gleichungen (1), (2) und (3) kann man nun die Formel für die Spannenergie bestimmen:

$$E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x) \overset{(3)}{=} m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s \overset{(2)}{=} m \cdot g \cdot \Delta x \overset{(1)}{=} D \cdot \Delta s \cdot \Delta x \overset{(2)}{=} D \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$$

Wir eine Feder also um Δx gedehnt, so ist in ihr die Spannenergie

$E_{spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$ gespeichert.

Merke: $\boxed{E_{spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2}$