Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur harmonischen Schwingung

1. An einer Feder mit der Federhärte 20 N/m hängt eine Kugel der Masse 100g.
   Die Kugel wird um 10cm nach „unten“ ausgelenkt und dann losgelassen.
   Reibungseffekte sollen zunächst vernachlässigt werden.

   a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer der auftretenden harmonischen Schwingung und geben Sie für die Kugel die Ortsfunktion $x(t)$ an.

   b) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit und die maximale Beschleunigung der Kugel und geben Sie dann die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$ der Kugel in Abhängigkeit von der Zeit an.

   Pro Schwingungsdauer gehen etwa 5,0% der mechanischen Energie auf Grund von Reibungseffekten verloren.

   c) Bestimmen Sie die Abnahme der Amplitude pro Schwingungsdauer!
   Wie groß ist die Amplitude nach 10 Sekunden?

2. Eine Kugel unbekannter Masse wird an eine Feder unbekannter Federhärte angehängt.
   Die Feder dehnt sich dabei um 20cm.

   a) Zeigen Sie, dass die Kugel mit einer Schwingungsdauer von 0,90s schwingen kann.

   Nun lenkt man die Kugel aus ihrer Ruhelage um weitere 20cm nach unten aus.

   b) Mit welcher Maximalgeschwindigkeit bewegt sich die Kugel dann durch die Ruhelage?

3. Eine Kugel der Masse 200g wird an einer Feder befestigt und dabei mit der Hand gehalten, so dass die Feder unbelastet bleibt. Lässt man dann die Kugel los, so schwingt sie mit einer Amplitude von 8,0cm.
   Bestimmen Sie die Federhärte, die Schwingungsdauer und die Maximalgeschwindigkeit der Kugel beim Durchgang durch die Ruhelage.

4. Im Unterricht wurde gezeigt, dass für die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels gilt:
   $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ (Hierbei ist l die Länge des Pendels und g die bekannte Erdbeschleunigung.)

   a) Wie lange muss ein Pendel sein, wenn die Schwingungsdauer genau eine Sekunde betragen soll?

   

   

   b) Ein Kronleuchter der Masse 35 kg hängt an einem Seil der Länge l.
   Wir der Kronleuchter in Schwingung versetzt, so pendelt er mit einer Schwingungsdauer von 2,7s. Bestimmen Sie die Seillänge l.

   c) Beim abgebildeten Kran hängt eine Platte der Masse 480 kg an einem 9,6 m langen Seil.
   Angeregt durch eine Windbö, beginnt die Platte zu schwingen.
   Bestimmen Sie die Schwingungsdauer!

   Wie ändert sich die Schwingungsdauer, wen die Platte nur die Halbe Masse 240 kg hat?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur harmonischen Schwingung * Lösungen

1. a) $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}10\,kg}{20\,N/m}} = 0{,}444\,s$

$x(t) = -\,0{,}10\,m\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right) \approx -0{,}10\,m\cdot\cos\left(\frac{14{,}14}{s}\cdot t\right)$

b) $v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{20\,N/m}{0{,}10\,kg}}\cdot 0{,}10\,m = 1{,}4\,\frac{m}{s}$

$a_{max} = \frac{D}{m}\cdot x_{max} = \frac{20\,N/m}{0{,}10\,kg}\cdot 0{,}10\,m = 20\,\frac{m}{s^2}$; $v(t) = v_{max}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right) \approx 1{,}4\,\frac{m}{s}\cdot\sin\left(\frac{14{,}14}{s}\cdot t\right)$

$a(t) = a_{max}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right) \approx 20\,\frac{m}{s^2}\cdot\cos\left(\frac{14{,}14}{s}\cdot t\right)$

c) $\frac{1}{2}D(x_{max,2})^2 = 0{,}95\cdot\frac{1}{2}D(x_{max,1})^2 \;\Rightarrow\; x_{max,2} = \sqrt{0{,}95}\cdot x_{max,1} \approx 0{,}975\cdot x_{max,1}$

Pro Schwingungsdauer nimmt die Amplitude etwa um 2,5% ab.

$10s = \frac{10s}{T}\cdot T \approx 23T$; $x_{max}(10s) \approx (0{,}975)^{23}\cdot x_{max,1} = 5{,}6\,cm$

2. a) $m\cdot g = D\cdot\Delta x \;\Rightarrow\; \frac{m}{D} = \frac{\Delta x}{g} = \frac{0{,}20\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}$ und damit $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}20\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 0{,}90\,s$

b) $v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{9{,}81\,m/s^2}{0{,}20\,m}}\cdot 0{,}20\,m = 1{,}4\,\frac{m}{s}$

3. Eine Schwingungsamplitude von $x_{max} = 8{,}0\,cm$ bedeutet, dass beim Anhängen der Masse an die Feder diese um genau 8,0cm gedehnt wird.

Wegen $m\cdot g = D\cdot\Delta x \;\Rightarrow\; D = \frac{m\cdot g}{\Delta x} = \frac{0{,}200\,kg\cdot 9{,}81\,N/kg}{0{,}080\,m} = 24{,}52...\,\frac{N}{m} \approx 25\,\frac{N}{m}$

$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}20\,kg}{24{,}5\,N/m}} = 0{,}57\,s$ und

$v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{24{,}5\,N/m}{0{,}200\,kg}}\cdot 0{,}080\,m = 0{,}89\,\frac{m}{s}$

4. a) $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}} \;\Rightarrow\; \ell = \frac{T^2\cdot g}{4\cdot\pi^2} = \frac{(1{,}0s)^2\cdot 9{,}81\,m/s^2}{4\cdot\pi^2} = 0{,}25\,m$

b) $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}} \;\Rightarrow\; \ell = \frac{T^2\cdot g}{4\cdot\pi^2} = \frac{(2{,}7s)^2\cdot 9{,}81\,m/s^2}{4\cdot\pi^2} = 1{,}8\,m$

c) $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{9{,}6\,m}{9{,}81\,m/s^2}} = 6{,}2\,s$

Die Schwingungsdauer hängt nicht von der Masse ab!
Also beträgt die Schwingungsdauer für $m = 240\,kg$ ebenfalls 6,2s.