Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zu den Bewegungsfunktionen

1. Auf dem Mars gehört zu einem Stein der Masse 1,0kg die Gewichtskraft 3,7 N.
   a) Wie groß ist der Ortsfaktor auf der Marsoberfläche? Welche Fallbeschleunigung herrscht auf dem Mars?
   b) Ein Stein fällt auf dem Mars in eine 40m tiefe Schlucht. Wie lange dauert es bis der Stein am Boden aufschlägt? Vergleiche mit der Fallzeit für den entsprechenden Vorgang auf der Erde!

2. Peter wirft einen Ball mit der Anfangsgeschwindigkeit 20 m/s nach oben.
   a) Welche maximale Höhe erreicht der Ball? Berechne mit Hilfe der Bewegungsgleichung und auch mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes. Welche Berechnungsmethode ist einfacher?
   b) Nach welcher Zeit kann Peter den Ball wieder auffangen? Welche Geschwindigkeit hat der Ball dabei?

3. Hans wirft vom Balkon aus einer Höhe von 12m einen Ball mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 10 m/s senkrecht nach unten.
   a) Um wie viele Millisekunden kommt der Ball früher als beim freien Fall am Boden an?
   b) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Ball am Boden auf?

4. Herr Flott fährt in seinem Sportwagen mit der Geschwindigkeit von $30\frac{m}{s}$, als er plötzlich in einer Entfernung von nur 28m einen Radfahrer vor sich sieht, der mit der konstanten Geschwindigkeit von $10\frac{m}{s}$ auf seiner Fahrspur fährt.

   Sofort beginnt Herr Flott mit der Bremsbeschleunigung von $6{,}0\frac{m}{s^2}$ abzubremsen.

   Trotzdem kann er den Unfall nicht mehr ganz vermeiden.
   a) Wann, wo und mit welcher Relativgeschwindigkeit findet der Aufprall statt?
   b) Wie groß müsste die Bremsbeschleunigung sein, damit Herr Flott den Unfall gerade noch vermeiden kann?

5. In einem Wolkenkratzer fährt ein Lift mit der konstanten Geschwindigkeit von 4,0 m/s nach oben. Als sich der Lift genau 20 m über dem Boden befindet, fällt aus einem Fenster in 150 m Höhe ein Ball im freien Fall nach unten. In welcher Höhe über dem Boden begegnen sich der Lift und der Ball?

   Du darfst für diese Aufgaben den Wert $10\ \frac{m}{s^2}$ für die Erdbeschleunigung verwenden.

   (Hinweis: Bestimme zunächst den Zeitpunkt der Begegnung!)

Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zu den Bewegungsfunktionen * Lösungen

1. a) Ortsfaktor = Fallbeschleunigung: $g_{Mars} = \frac{F_g}{m} = \frac{3{,}7\,N}{1{,}0\,kg} = 3{,}7\frac{N}{kg} = 3{,}7\frac{m}{s^2} = g_{Fallbeschl.Mars}$

   b) $x = \frac{1}{2} \cdot g_{Mars} \cdot t^2 \;\Rightarrow\; t^2 = \frac{2x}{g_{Mars}} \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2x}{g_{Mars}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40m}{3{,}7\,m/s^2}} = 4{,}6\,s$

   auf der Erde: $t = \sqrt{\frac{2x}{g_{Erde}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40m}{9{,}8\,m/s^2}} = 2{,}9\,s$

2. a) Bewegungsgleichungen: $h(t) = v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ und $v(t) = v_o - g \cdot t$

   an der höchsten Stelle gilt: $v(t_{oben}) = 0$ d.h.

   $0 = v_o - g \cdot t_{oben} \;\Rightarrow\; t_{oben} = \frac{v_o}{g} = \frac{20\,m/s}{9{,}8\,m/s^2} = 2{,}04\,s$; $t_{oben} = 2{,}04s$ in $h(t)$ eingesetzt:

   $h_{maximal} = h(t_{oben}) = v_o \cdot t_{oben} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_o^{\,2} = 20\frac{m}{s} \cdot 2{,}04s - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot (2{,}04s)^2 = 20m$

   Berechnung mit dem Energieerhaltungssatz (geht schneller):

   $E_{kin,\,unten} = E_{pot,\,oben}$ d.h. $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^{\,2} = m \cdot g \cdot h \;\Rightarrow\; h = \frac{v_o^{\,2}}{2g} = \frac{(20\,m/s)^2}{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2} = 20\,m$

   b) Nach dem Energieerhaltungssatz hat der Ball in jeder Höhe beim Rauf- bzw. Runterfliegen die gleiche Geschwindigkeit. Das Runterfallen entspricht also exakt dem Rauffliegen, nur in umgekehrter Zeitabfolge.
   Der Ball kommt daher $2 \cdot 2{,}04s = 4{,}08s$ nach dem Abwurf wieder am Boden mit der Geschwindigkeit $v = 20$ m/s an.

3. a) Freier Fall: $x(t) = 12m - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ und Auftreffen am Boden bedeutet $x(t) = 0 \;\Rightarrow$

   $12m - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12\,m}{9{,}8\,m/s^2}} = 1{,}56s$

   Wurf mit Anfangsgeschwindigkeit: $x(t) = 12m - v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

   und Auftreffen am Boden bedeutet $x(t) = 0 \;\Rightarrow\; 12m - v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \;\Rightarrow$

   $-\frac{1}{2} \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot t^2 - 10\frac{m}{s} \cdot t + 12m = 0 \;\Rightarrow 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 20\frac{m}{s} \cdot t - 24m = 0 \;\Rightarrow$

   $9{,}8 \cdot t^2 + 20s \cdot t - 24s^2 = 0 \;\Rightarrow\; t_{1/(2)} = \frac{1}{2 \cdot 9{,}8} \cdot \left(-20s \pm \sqrt{400s^2 - 4 \cdot 9{,}8 \cdot (-24s^2)} \right) =$

   $= \frac{1}{2 \cdot 9{,}8} \cdot \left(-20s + \sqrt{400s^2 + 4 \cdot 9{,}8 \cdot 24s^2} \right) = 0{,}848\,s$

   $\Delta t = 1{,}56\,s - 0{,}848\,s = 0{,}71\,s$

   b) Auftreffgeschwindigkeit v_{unten} am Boden:

   $v_{unten} = -10\frac{m}{s} - 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}848s = -18\frac{m}{s}$

4. a) $x_{Auto}(t) = 30\frac{m}{s}\cdot t - \frac{1}{2}\cdot 6,0\frac{m}{s^2}\cdot t^2$ und $x_{Rad}(t) = 28m + 10\frac{m}{s}\cdot t$

$$x_{Auto}(t) = x_{Rad}(t) \Leftrightarrow 30\frac{m}{s}\cdot t - \frac{1}{2}\cdot 6,0\frac{m}{s^2}\cdot t^2 = 28m + 10\frac{m}{s}\cdot t \Leftrightarrow$$

$$0 = 3,0\frac{m}{s^2}\cdot t^2 - 20\frac{m}{s}\cdot t + 28m \Leftrightarrow$$

$$3,0\cdot t^2 - 20s\cdot t + 28s^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t_{1/2} = \frac{1}{6}\cdot\left(20s \pm \sqrt{400s^2 - 4\cdot 3\cdot 28s^2}\right) = \frac{20s \pm 8s}{6}$$

$$t_1 = 2,0s \quad (t_2 \approx 4,7s) \quad \text{und} \quad x_{Auto}(2,0s) = x_{Rad}(2,0s) = 48m$$

$$v_{Auto}(2,0s) = 30\frac{m}{s} - 6,0\frac{m}{s^2}\cdot 2,0s = 18\frac{m}{s} \quad \text{und} \quad \Delta v = v_{Auto} - v_{Rad} = 18\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s} = 8\frac{m}{s}$$

Nach 48m erfolgt der Zusammenstoß mit einer Relativgeschwindigkeit von $8\frac{m}{s}$.

b) $x_{Auto}(t) = 30\frac{m}{s}\cdot t - \frac{1}{2}\cdot a\frac{m}{s^2}\cdot t^2 \quad (a > 0)$ und $x_{Rad}(t) = 28m + 10\frac{m}{s}\cdot t$

$$x_{Auto}(t) = x_{Rad}(t) \Leftrightarrow 30\frac{m}{s}\cdot t - \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 = 28m + 10\frac{m}{s}\cdot t \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 - 20\frac{m}{s}\cdot t + 28m$$

Diese quadratische Gleichung darf jetzt (gerade) keine Lösung mehr besitzen, d.h. die Diskriminante dieser quadratischen Gleichung muss negativ (bzw. Null) sein.

$$D = (20\frac{m}{s})^2 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot 28m \overset{!}{\leq} 0 \quad \Leftrightarrow \quad 400\frac{m^2}{s^2} \leq 56m\cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a \geq 7{,}142...\frac{m}{s^2}$$

Bei einer Bremsbeschleunigung von mehr als 7,14 $\frac{m}{s^2}$ kann Herr Flott damit den Unfall vermeiden.

5. $x_{Lift}(t) = 20m + v_{Lift}\cdot t = 20m + 4,0\frac{m}{s}\cdot t$ und $x_{Ball}(t) = 150m - \frac{1}{2}\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(t)^2$

Zum Zeitpunkt t der Begegnung gilt $x_{Lift}(t) = x_{Ball}(t)$, also

$$20m + 4,0\frac{m}{s}\cdot t = 150m - \frac{1}{2}\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(t)^2 \Leftrightarrow 4,0\frac{m}{s}\cdot t + \frac{1}{2}\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(t)^2 - 130m = 0 \Leftrightarrow$$

$$5\cdot t^2 + 4s\cdot t - 130s^2 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$t_{1/(2)} = \frac{-4s \underset{(-)}{+} \sqrt{(4s)^2 - 4\cdot 5\cdot(-130s^2)}}{2\cdot 5} = \frac{-4s + \sqrt{2616s^2}}{2\cdot 5} = 4{,}714...s \approx 4{,}71s$$

Der Lift befindet sich zu dieser Zeit in einer Höhe von

$20m + 4,0\frac{m}{s}\cdot 4,71s = 38,84m \approx 39$ über dem Boden.