Mathematik * Q11 * Ableitung von Polynomfunktionen

Bestimmen Sie für die beiden folgenden Funktionen alle Hoch-, Tief und Terrassenpunkte des Graphen.
Welche Aussage kann man nun über Anzahl und Lage der Nullstellen der Funktion treffen?

a) $f(x) = 0{,}1\cdot\left(3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x\right)$ b) $g(x) = 0{,}1\cdot\left(x^3 - 3x^2 - 9x\right) - 1$

Lösung

a) $f\,'(x) = 0{,}1\cdot\left(12x^3 - 12x^2 - 12x + 12\right) = 1{,}2\cdot\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) = 1{,}2\cdot(x-1)\cdot(x^2-1) =$

$1{,}2\cdot(x-1)^2\cdot(x+1)$

Horizontale Tangenten bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x$
$f'(x) =$ $1{,}2\cdot(x-1)^2\cdot(x+1)$	< 0	0	> 0	0	> 0
G_f	str. monoton fallend	$TIP(-1/-1{,}1)$	str. monoton steigend	$TP(1/0{,}5)$	str. monoton steigend

Neben der erkennbaren Nullstelle $x_3 = 0$ gibt es noch genau eine weitere Nullstelle $x_4 < -1$.
(Siehe Graph unten!)

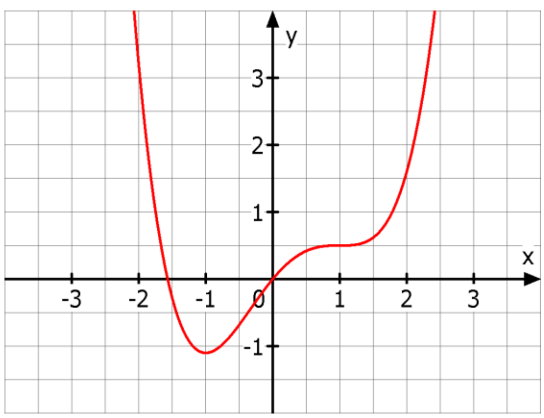
b) $g\,'(x) = 0{,}1\cdot\left(3x^2 - 6x - 9\right) = 0{,}3\cdot\left(x^2 - 2x - 3\right) = 0{,}3\cdot(x+1)\cdot(x-3)$

Horizontale Tangenten bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 3$	$x = 3$	$3 < x$
$g'(x) =$ $0{,}3\cdot(x-3)\cdot(x+1)$	> 0	0	< 0	0	> 0
G_f	str. monoton steigend	$HOP(-1/-0{,}5)$	str. monoton steigend	$TIP(3/-3{,}7)$	str. monoton steigend

Es gibt nur eine Nullstelle $x_3 > 3$.
(Siehe Graph unten!)

a)



b)