

## Q11 \* Mathematik \* Parameternaufgaben im neuen Jahr



1. Ist es möglich, die Parameter  $a$  und  $b$  so zu bestimmen, dass die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,5x^3 + ax^2 + b$  einen Tiefpunkt bei  $(2/2)$  besitzt?
2. Bestimmen Sie die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  so, dass der Graph der Funktion  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  bei  $x_1 = -1$  eine horizontale Tangente, bei  $(2/-3)$  einen Extrempunkt (d.h. HOP oder TIP) besitzt und die  $y$ -Achse bei  $y = 2$  schneidet.
3. Kann man die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  und  $e$  so bestimmen, dass der Graph der Funktion  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  einen Tiefpunkt bei  $(0/0)$  und einen Terrassenpunkt bei  $(2/\frac{8}{3})$  besitzt und zugleich noch durch den Punkt  $(1/\frac{11}{6})$  geht?
4. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 4x$ .
  - a) Für welche Werte des Parameters  $a$  besitzt der Graph der Funktion  $f$  einen Terrassenpunkt?
  - b) Für welche Werte des Parameters  $a$  besitzt der Graph der Funktion  $f$  Extrempunkte?
5. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,25x^4 + ax^3 + 4,5x^2$ .  
Kann man den Parameter  $a$  so bestimmen, dass der Graph der Funktion  $f$  einen Terrassenpunkt besitzt? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieses Punktes.
6. Geben Sie eine möglichst einfache Funktion an, die bei  $(2/1)$  einen Terrassenpunkt besitzt.
7. Geben Sie eine möglichst einfache Funktion an, die bei  $x_1 = -1$  einen Tiefpunkt und bei  $(1/1)$  einen Hochpunkt besitzt.
8. Geben Sie eine möglichst einfache in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion an, die nur im Intervall  $[1; 5]$  streng monoton steigt und an der Stelle  $x_1 = 3$  eine Nullstelle besitzt.
9. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{3x^2 + kx}{x^2 + 1}$ .  
Kann man den Parameter  $k$  so bestimmen, dass die Funktion  $f$  genau im Intervall  $[-2; 0,5]$  streng monoton steigt?  
Skizziere gegebenenfalls den Graphen der Funktion nach einer kurzen „Kurvendiskussion“.

## Q11 \* Mathematik \* Parameteraufgaben im neuen Jahr

### Lösungen:

1. Ja, für  $a = -1,5$  und  $b = 4$

2.  $f(x) = 0,5x^3 - 0,75x^2 - 3x + 2$

3.  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 4x^2$



4. a)  $f(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 4x$  besitzt bei  $(\frac{4}{3} / \frac{16}{9})$  einen Terrassenpunkt.

b) Für  $a < 0,75$  ( $a \neq 0$ ) besitzt  $f$  Extrempunkte bei  $x_{1/2} = \frac{1}{a} (1 \pm \sqrt{1 - \frac{4a}{3}})$ .

5. Für  $a = 2$  besitzt  $f(x) = 0,25x^4 + 2x^3 + 4,5x^2$  bei  $(-3/6, 75)$  einen Terrassenpunkt.

6. Z.B.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - \frac{5}{3}$

7. Z.B.  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x + \frac{1}{3}$

8. Z.B.  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x - 3$

9. Für  $k = 4$  ist die Funktion  $f(x) = \frac{3x^2 + 4x}{x^2 + 1}$  tatsächlich genau im Intervall  $[-2 ; 0,5]$  streng monoton wachsend.

