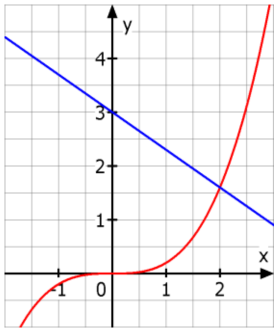
1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Gruppe A

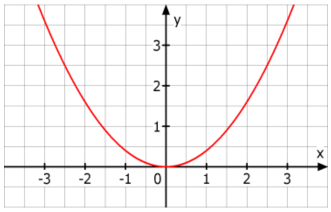
1. Die Graphen der beiden Funktionen f und g mit $f(x) = 0{,}2 \cdot x^3$ und $g(x) = 3 - 0{,}7x$ schneiden sich in einem Punkt $P(x_P / y_P)$.

   Zeigen Sie, dass $x_P = 2$ gilt und berechnen Sie den zugehörigen Schnittwinkel.



2. Peter sucht einen Punkt T auf dem Graphen von f mit $f(x) = 0{,}4 \cdot x^2$, in dem die Steigung des Graphen den Wert 2 hat.

   Bestimmen Sie die Koordinaten von T.



3. Lösen Sie die Aufgabe auf dem Arbeitsblatt!

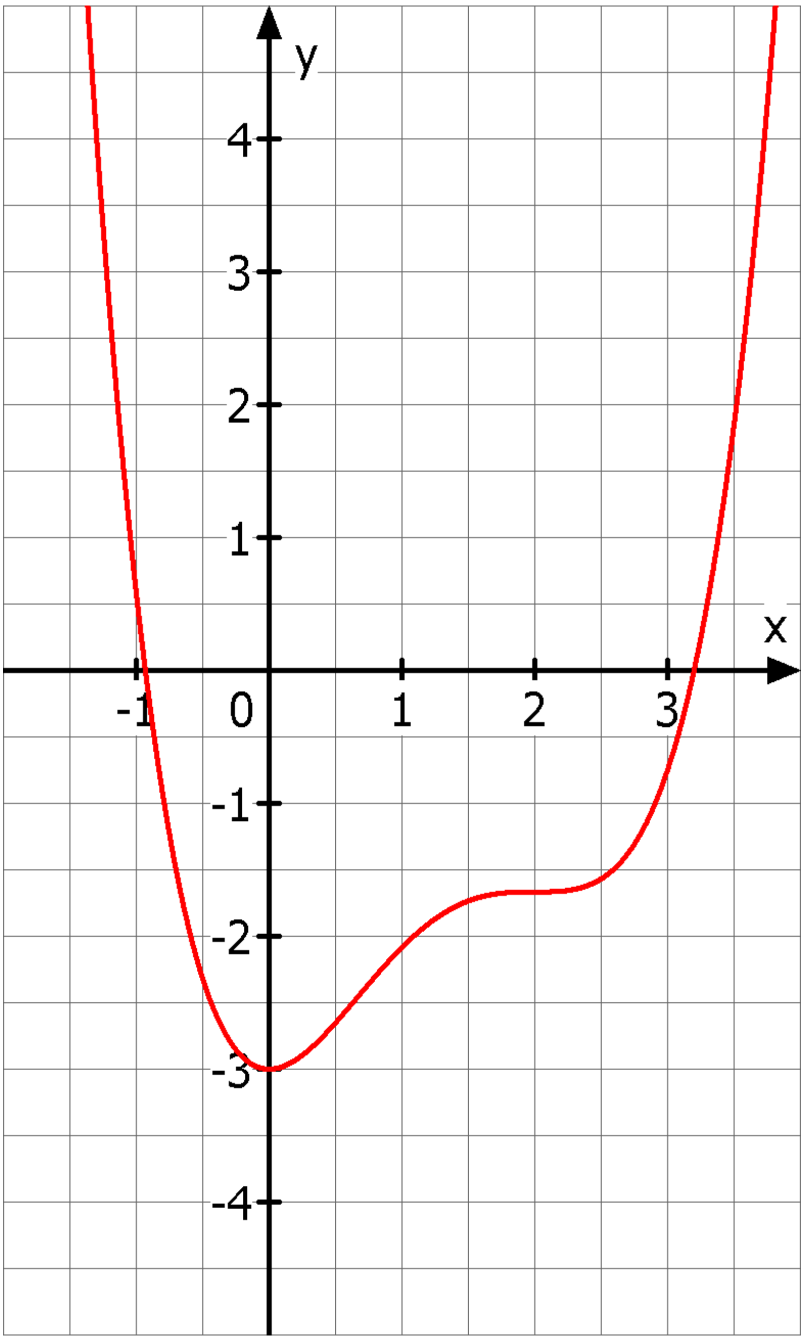
Aufgabe	1	2	3	Summe
Punkte	8	5	5	18

Gutes Gelingen! G.R.

1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Arbeitsblatt zur Gruppe A

Name: ……………………………………………….

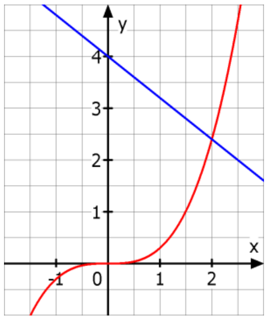
3. Das Bild zeigt den Graphen der Funktion f.
   Tragen Sie möglichst genau den Graphen der Ableitungsfunktion f ´ in das Koordinatensystem ein.



1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Gruppe B

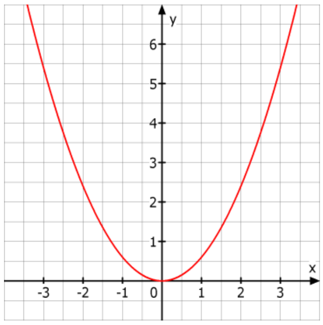
1. Die Graphen der beiden Funktionen f und g mit $f(x) = 0{,}3 \cdot x^3$ und $g(x) = 4 - 0{,}8x$ schneiden sich in einem Punkt $P(x_P / y_P)$.

   Zeigen Sie, dass $x_P = 2$ gilt und berechnen Sie den zugehörigen Schnittwinkel.



2. Petra sucht einen Punkt T auf dem Graphen von f mit $f(x) = 0{,}6 \cdot x^2$, in dem die Steigung des Graphen den Wert 3 hat.

   Bestimmen Sie die Koordinaten von T.



3. Lösen Sie die Aufgabe auf dem Arbeitsblatt!

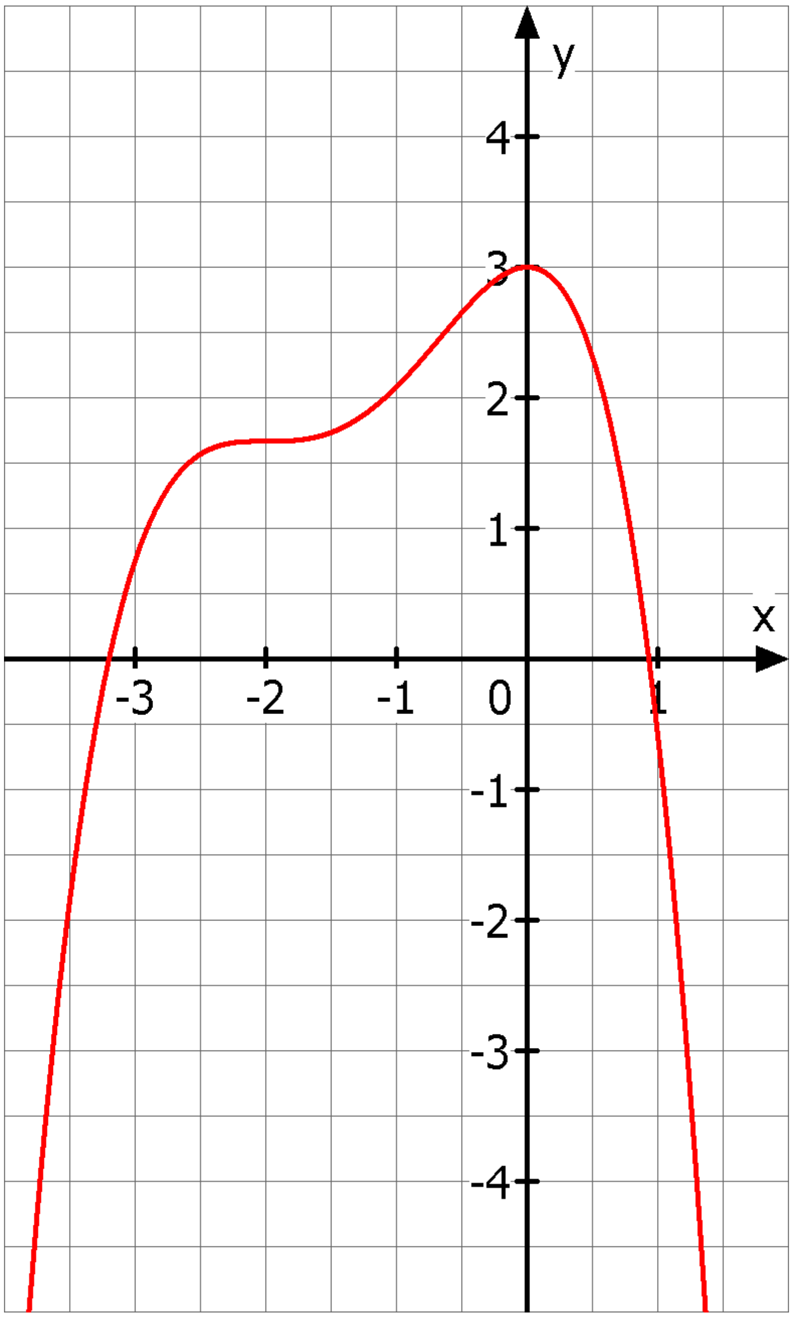
Aufgabe	1	2	3	Summe
Punkte	8	5	5	18

Gutes Gelingen! G.R.

1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Arbeitsblatt zur Gruppe B

Name: ……………………………………………….

3. Das Bild zeigt den Graphen der Funktion f.
   Tragen Sie möglichst genau den Graphen der Ableitungsfunktion f ´ in das Koordinatensystem ein.



1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Gruppe A * Lösung

1. $f(2) = 0{,}2 \cdot 2^3 = 1{,}6$ und $g(2) = 3 - 0{,}7 \cdot 2 = 1{,}6$ also $f(2) = g(2)$ und $P(2/1{,}6)$

$$g'(2) = -\,0{,}7 \text{ und } \quad f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{0{,}2 \cdot x^3 - 1{,}6}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{0{,}2\cdot(x^3 - 8)}{x-2} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{0{,}2\cdot(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = \lim_{x\to 2} 0{,}2\cdot(x^2+2x+4) = 0{,}2\cdot(4+4+4) = 2{,}4$$

$\tan\alpha_1 = -0{,}7 \;\Rightarrow\; \alpha_1 \approx -35{,}0^\circ$; $\tan\alpha_2 = 2{,}4 \;\Rightarrow\; \alpha_2 \approx 67{,}4^\circ$; $35{,}0^\circ + 67{,}4^\circ = 102{,}4^\circ$

Schnittwinkel $\varphi \approx 180^\circ - 102{,}4^\circ = 77{,}6^\circ$

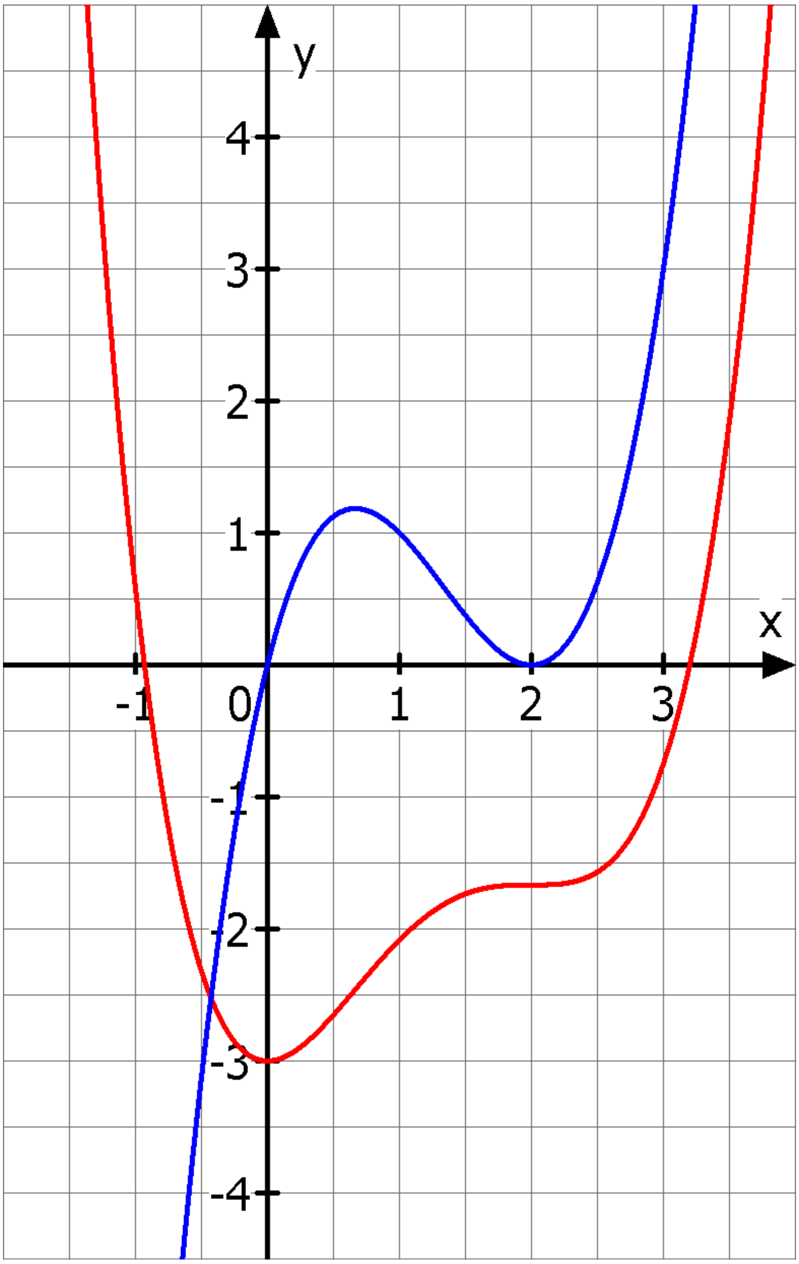
2. Gesucht: x_T mit $f'(x_T) = 2$

$$f'(x_o) = \lim_{x\to x_o} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} = \lim_{x\to x_o} \frac{0{,}4\cdot x^2 - 0{,}4\cdot x_o^2}{x-x_o} = \lim_{x\to x_o} \frac{0{,}4\cdot(x^2 - x_o^2)}{x-x_o} =$$

$$\lim_{x\to x_o} \frac{0{,}4\cdot(x-x_o)\cdot(x+x_o)}{x-x_o} = \lim_{x\to x_o} 0{,}4\cdot(x+x_o) = 0{,}4\cdot(x_o + x_o) = 0{,}8\,x_o$$

$f'(x_T) = 2 \;\Leftrightarrow\; 0{,}8\cdot x_T = 2 \;\Leftrightarrow\; x_T = 2{,}5$ und $y_T = 0{,}4\cdot 2{,}5^2 = 2{,}5$ also $T(2{,}5/2{,}5)$

3.



1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q11 * m6 * 22.10.2012
Gruppe B * Lösung

1. $f(2) = 0{,}3 \cdot 2^3 = 2{,}4$ und $g(2) = 4 - 0{,}8 \cdot 2 = 2{,}4$ also $f(2) = g(2)$ und $P(2/2{,}4)$

$$g'(2) = -0{,}8 \text{ und } f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{0{,}3 \cdot x^3 - 2{,}4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{0{,}3 \cdot (x^3 - 8)}{x-2} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{0{,}3 \cdot (x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = \lim_{x\to 2} 0{,}3 \cdot (x^2+2x+4) = 0{,}3 \cdot (4+4+4) = 3{,}6$$

$\tan\alpha_1 = -0{,}8 \Rightarrow \alpha_1 \approx -38{,}7^\circ$; $\tan\alpha_2 = 3{,}6 \Rightarrow \alpha_2 \approx 74{,}5^\circ$; $38{,}7^\circ + 74{,}5^\circ = 113{,}2^\circ$

Schnittwinkel $\varphi \approx 180^\circ - 113{,}2^\circ = 66{,}8^\circ$

2. Gesucht: x_T mit $f'(x_T) = 2$

$$f'(x_o) = \lim_{x\to x_o} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} = \lim_{x\to x_o} \frac{0{,}6 \cdot x^2 - 0{,}6 \cdot x_o^2}{x - x_o} = \lim_{x\to x_o} \frac{0{,}6 \cdot (x^2 - x_o^2)}{x - x_o} =$$

$$\lim_{x\to x_o} \frac{0{,}6 \cdot (x - x_o) \cdot (x + x_o)}{x - x_o} = \lim_{x\to x_o} 0{,}6 \cdot (x + x_o) = 0{,}6 \cdot (x_o + x_o) = 1{,}2\, x_o$$

$f'(x_T) = 3 \Leftrightarrow 1{,}2 \cdot x_T = 3 \Leftrightarrow x_T = 2{,}5$ und $y_T = 0{,}6 \cdot 2{,}5^2 = 3{,}75$ also $T(2{,}5/3{,}75)$

3.