

## Q12 \* Mathematik \* Ebenen und Geraden im $\mathbb{R}^3$



1. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge der beiden Ebenen.

- a)  $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$       und       $E_2 : x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7$   
b)  $E_1 : -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5$       und       $E_2 : 2x_1 + x_2 - x_3 = 0$   
c)  $E_1 : -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$       und       $E_2 : 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -10$   
d)  $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$       und       $E_2 : 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -5$

2. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge der beiden Ebenen.

- a)  $E_1 : 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 13$       und       $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$   
b)  $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = -4$       und       $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$   
c)  $E_1 : x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$       und       $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$   
d)  $E_1 : x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$       und       $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge von Ebene und Gerade.

- a)  $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = -3$       und       $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$   
b)  $E : x_1 - x_2 + 2x_3 = -8$       und       $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$   
c)  $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = 2$       und       $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$   
d)  $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$       und       $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

## Q12 \* Mathematik \* Ebenen und Geraden im $\mathbb{R}^3$



### Lösungen:

1. a) Schnittgerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) Schnittgerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

c)  $E_1 = E_2$  d.h.  $E_1 \cap E_2 = E_1$

d)  $E_1 \cap E_2 = \{ \}$  d.h.  $E_1 \parallel E_2$

2. a) Schnittgerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 23 \end{pmatrix}$

b) Schnittgerade  $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

c)  $E_1 \cap E_2 = \{ \}$  d.h.  $E_1 \parallel E_2$

d)  $E_1 = E_2$  d.h.  $E_1 \cap E_2 = E_1$

3. a) Schnittpunkt  $S (1 / 2 / 3)$

b) Schnittpunkt  $S (4 / 8 / -2)$

c)  $E \cap g = \{ \}$  d.h.  $g \parallel E$

d)  $E \cap g = g$  d.h.  $g \subset E$