Q12 * Mathematik * Aufgaben zu den Ableitungsregeln (Wiederholung)

Produktregel $(u(x)\cdot v(x))' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x)$

Quotientenregel $\left(\dfrac{z(x)}{n(x)}\right)' = \dfrac{n(x)\cdot z'(x) - z(x)\cdot n'(x)}{n(x)^2}$

Kettenregel $(f(g(x)))' = f'(g(x))\cdot g'(x)$

Beispiele:

$$((x^2+1)\cdot(2+\sqrt{x}))' = 2x\cdot(2+\sqrt{x}) + (x^2+1)\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{3x}{x^2+1}\right)' = \frac{3\cdot(x^2+1) - 2x\cdot 3x}{(x^2+1)^2} = \frac{3x^2+3-6x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{3-3x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$((x^2+3x+1)^3)' = 3\cdot(x^2+3x+1)^2\cdot(2x+3)$$

Bearbeiten Sie für die unten angegebenen Funktionen jeweils alle Aufgabenstellungen.

a) Geben Sie den Definitionsbereich von f an und ermitteln Sie das Verhalten von f an den Grenzen des Definitionsbereichs.
b) Bestimmen Sie die Ableitung von f (möglichst weit vereinfachen!) und ermitteln Sie alle Stellen mit horizontalen Tangenten.
c) Geben Sie nun alle Hoch-, Tief- und Terrassenpunkte des Graphen von f an. (Vorzeichen der 1. Ableitung in Tabellenform notieren bzw. notfalls die zweite Ableitung berechnen!)
e) Skizzieren Sie den Graphen und geben Sie den Wertebereich W_f von f an.

1. $f(x) = -\sqrt{x^4+3x^2+1}$

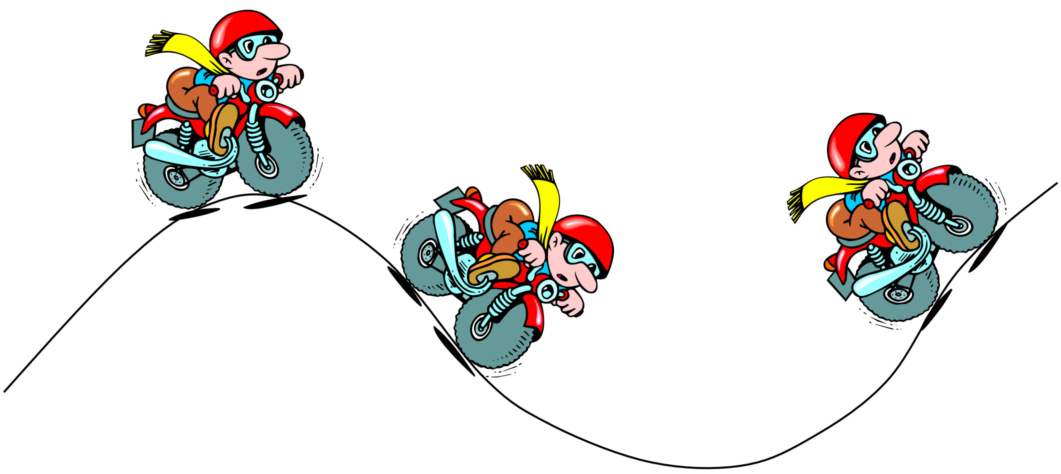
2. $f(x) = 0{,}1\cdot(x^2-4)^3$

3. $f(x) = (x^2-3x+3)^5$

4. $f(x) = \dfrac{x^2-4x}{x^2+2}$

5. $f(x) = \dfrac{20\cdot\sqrt{x^2+2}}{x^2+8}$

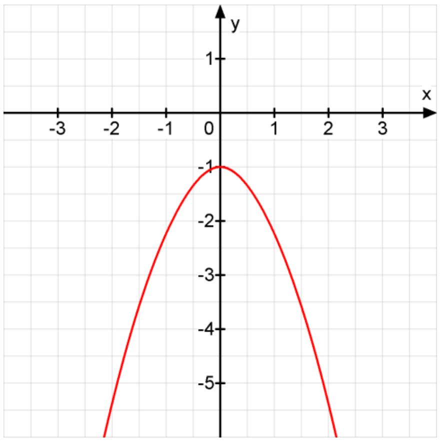
6. $f(x) = \dfrac{4x+2}{\sqrt{x^2+1}}$



Q12 * Mathematik * Aufgaben zu den Ableitungsregeln (Wiederholung)

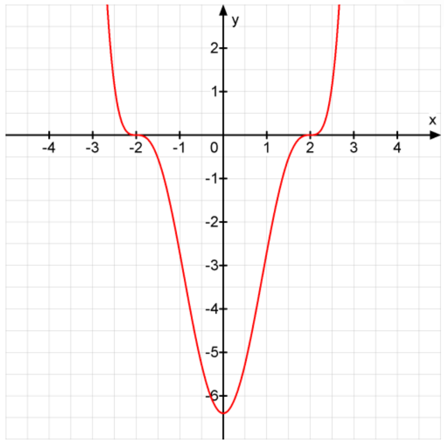
Darstellung der Graphen

1.



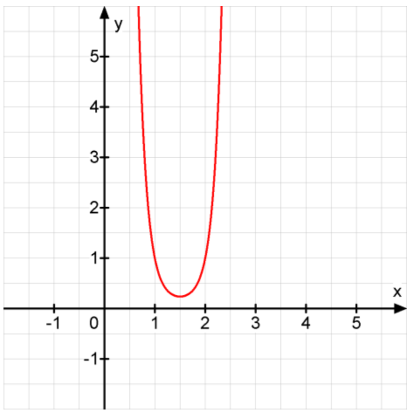
$$f'(x) = -\frac{x \cdot (2x^2 + 3)}{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}}$$

2.



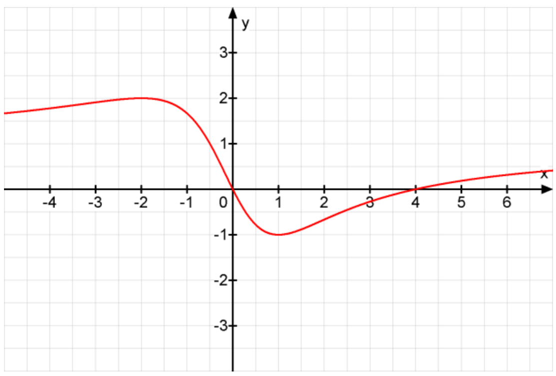
$$f'(x) = 0,6x \cdot (x^2 - 4)^2$$

3.



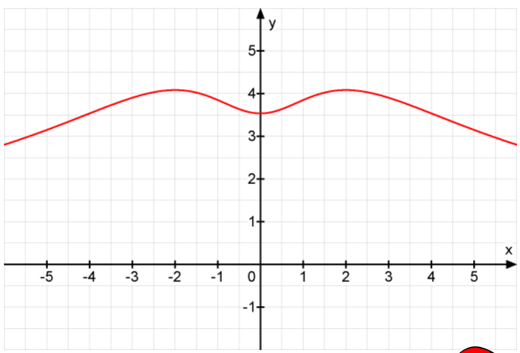
$$f'(x) = 5 \cdot (x^2 - 3x + 3)^4 \cdot (2x - 3)$$

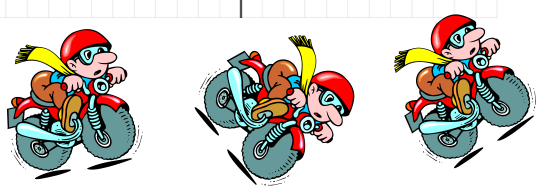
4.



$$f'(x) = \frac{4 \cdot (x^2 + x - 2)}{(x^2 + 2)^2}$$

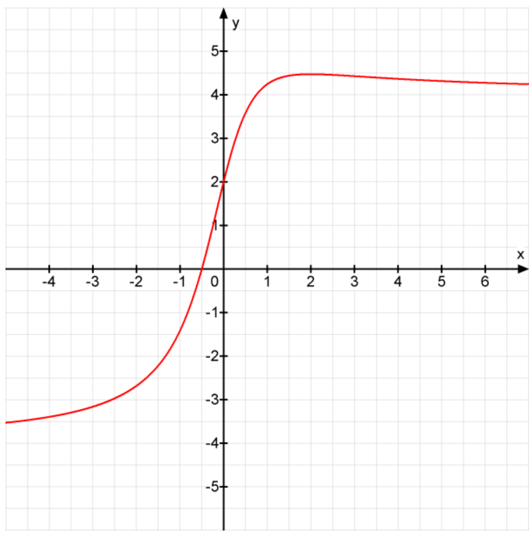
5.





$$f'(x) = \frac{20x \cdot (4 - x^2)}{(x^2 + 8)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 2}}$$

6.



$$f'(x) = \frac{2 \cdot (2 - x)}{(x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}}$$