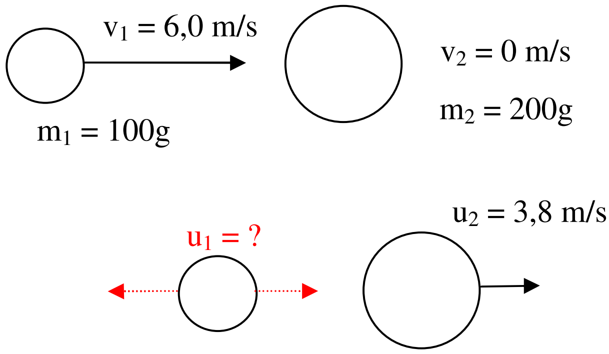
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Impulserhaltung

1. Zentraler Stoß zweier Kugeln



v_1 und v_2 geben die Geschwindigkeiten der beiden Kugeln vor dem Stoß, u_1 und u_2 die Geschwindigkeiten nach dem Stoß an.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit u_1 der stoßenden Kugel nach dem Stoß. In welche Richtung bewegt sich diese Kugel?

b) Welcher Prozentsatz der ursprünglich vorhandenen mechanischen Energie geht bei diesem Stoß „verloren“? Was geschieht mit dieser Energie?

c) Für Experten: Können Sie u_1 und u_2 so ermitteln, dass neben dem Impulserhaltungssatz auch noch der Energieerhaltungssatz gilt?

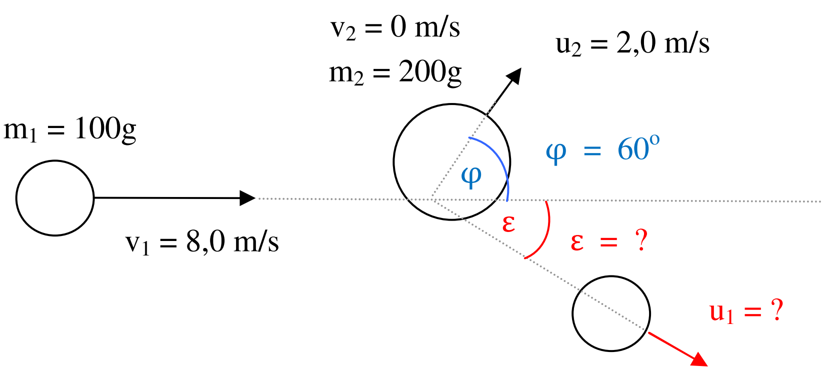
2. Nichtzentraler Stoß zweier Kugeln

v_1 und v_2 geben die Geschwindigkeiten der beiden Kugeln vor dem Stoß, u_1 und u_2 die Geschwindigkeiten nach dem Stoß an.
Die kleine Kugel trifft die zunächst ruhende große Kugel nicht zentral und stößt diese unter einem Winkel von $\varphi = 60^\circ$ zur Geschwindigkeitsrichtung von v_1 weg.

Auch hier gilt der Impulserhaltungssatz, allerdings müssen hier die Impulse der Kugeln als vektorielle Größen dargestellt und berechnet werden.

Bestimmen Sie die Richtungsänderung und die neue Geschwindigkeit u_1 der stoßenden Kugel mit Hilfe einer möglichst genauen maßstäblichen Vektorzeichnung!
(Verwenden Sie als Maßstab $0{,}10\ \text{Ns} \mathrel{\hat{=}} 1{,}0\ \text{cm}$.)

Welcher Prozentsatz der mechanischen Energie geht beim Stoß verloren?



Physik * Jahrgangsstufe 10 * Impulserhaltung * Lösung

1. a) $p_{vorher} = p_{nachher} \quad \Leftrightarrow \quad m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \quad \Leftrightarrow \quad u_1 = \dfrac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot u_2}{m_1} \quad \Leftrightarrow$

$$u_1 = \frac{100\text{g} \cdot 6{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} - 200\text{g} \cdot 3{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}}}{100\text{g}} = 6{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} - 7{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}} = -1{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die stoßende Kugel bewegt sich also zurück nach links.

b) $E_{vorher} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}10\text{kg} \cdot (6{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 1{,}8\,\text{J}$

$$E_{nachher} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}10\text{kg} \cdot (1{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}20\text{kg} \cdot (3{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 1{,}6\,\text{J}$$

$$\frac{\Delta E}{E_{vorher}} = \frac{E_{nachher} - E_{vorher}}{E_{vorher}} = \frac{1{,}6\,\text{J} - 1{,}8\,\text{J}}{1{,}8\,\text{J}} = \frac{-0{,}2}{1{,}8} = -0{,}11 = -11\%$$

11 % der mechanischen Energie gehen „verloren". Diese Energie dient zum Verformen der Kugeln und zu deren Erwärmung.

c) (1) $m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \quad \Leftrightarrow \quad v_1 = u_1 + 2 \cdot u_2 \quad$ (wegen $m_2 = 2 \cdot m_1$)

(2) $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_1^2 = u_1^2 + 2 \cdot u_2^2$

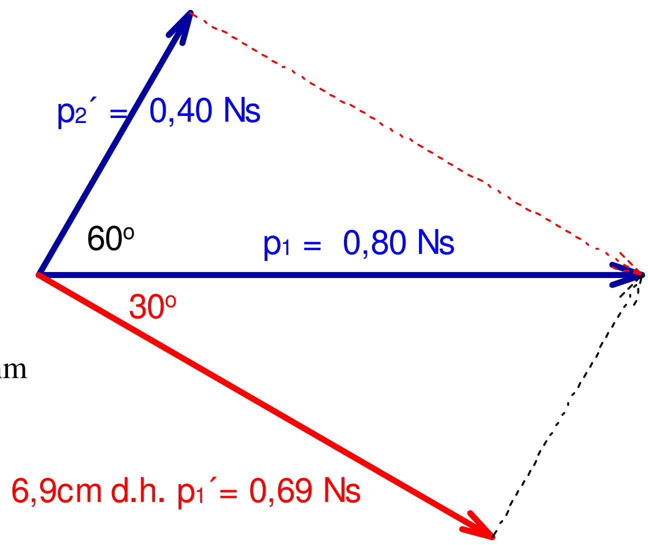
Setze $u_1 = v_1 - 2 \cdot u_2$ aus (1) in (2) ein:

$$v_1^2 = (v_1 - 2u_2)^2 + 2u_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_1^2 = v_1^2 - 4u_2v_1 + 4u_2^2 + 2u_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad 0 = 6u_2^2 - 4u_2v_1 \quad \Leftrightarrow$$

$$0 = 2u_2 \cdot (3u_2 - 2v_1) \quad \Leftrightarrow \quad u_2 = \frac{2}{3}v_1 = 4{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{oder } u_2 = 0 \text{ , d.h. Kugel trifft nicht!})$$

$$u_1 = v_1 - 2 \cdot u_2 = v_1 - 2 \cdot \frac{2}{3}v_1 = -\frac{1}{3}v_1 = -\frac{1}{2} \cdot u_2 = -2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Vektordiagramm der Impulse



Impuls vorher

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 0{,}10\,\text{kg} \cdot 8{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}80\,\text{Ns}$$

Impuls nachher:

$$p_2' = m_2 \cdot u_1 = 0{,}20\,\text{kg} \cdot 2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}40\,\text{Ns}$$

$p_1' \approx 0{,}69\,\text{Ns}$, da der rote Vektor im Diagramm die Länge 6,9cm hat.

$$u_1 = \frac{p_1'}{m_1} = \frac{0{,}69\,\text{Ns}}{0{,}10\,\text{kg}} = 6{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nach dem Diagramm wird die kleine Kugel um 30° aus der ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt.

$$E_{vorher} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}10\text{kg} \cdot (8{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 3{,}2\,\text{J}$$

$$E_{nachher} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}10\text{kg} \cdot (6{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}20\text{kg} \cdot (2{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 2{,}8\,\text{J}$$

$$\frac{\Delta E}{E_{vorher}} = \frac{E_{nachher} - E_{vorher}}{E_{vorher}} = \frac{3{,}2\,\text{J} - 2{,}8\,\text{J}}{3{,}2\,\text{J}} = \frac{-0{,}4}{3{,}2} \approx -0{,}13 = -13\%$$

Ungefähr 13% der mechanischen Energie gehen verloren.