

# Mathematik \* Jahrgangsstufe 10 \* Logarithmen



Für  $a \in \mathbb{R}^+$  und  $b \in \mathbb{R}^+$  definiert man :  $b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$

Man bezeichnet  $\log_b a$  als „Logarithmus von  $a$  zur Basis  $b$ “.

Der Logarithmus von  $a$  zur Basis  $b$  ist also die Zahl  $z$ , mit der man  $b$  potenzieren muss, um  $a$  zu erhalten.

Für den Logarithmus  $\log_{10}$  zur Basis 10 schreibt man kurz auch  $\lg$  oder  $\log$ .

Mit dem Taschenrechner kann man die Logarithmen zur Basis 10 direkt ausrechnen.

## Aufgaben

1. Bestimmen Sie durch Überlegen die folgenden Logarithmen:

- |                        |                          |                               |                               |
|------------------------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $\log_2 8$          | b) $\log_2 0,5$          | c) $\log_2 \sqrt{2}$          | d) $\log_2 1$                 |
| e) $\log_{0,5} 8$      | f) $\log_{0,5} 0,5$      | g) $\log_{0,5} \sqrt{2}$      | h) $\log_{0,5} 0,25$          |
| i) $\log_{\sqrt{2}} 8$ | j) $\log_{\sqrt{2}} 0,5$ | k) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$ | l) $\log_{\sqrt{2}} 0,25$     |
| m) $\log_8 2$          | n) $\log_{16} 0,5$       | p) $\log_{32} \sqrt{2}$       | q) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{8}$ |

2. Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung durch Überlegen und schreiben Sie die Lösung auch als Logarithmus.

- |                  |                        |                                 |                               |
|------------------|------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| a) $3^x = 27$    | b) $3^x = \frac{1}{9}$ | c) $3^x = 3\sqrt{3}$            | d) $3^x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| e) $10^x = 1000$ | f) $10^x = 0,0001$     | g) $10^x = 0,1 \cdot \sqrt{10}$ | h) $10^x = \sqrt[3]{0,1}$     |

3. Bestimmen Sie den Wert des Logarithmus (mit Hilfe des Taschenrechners) auf Hundertstel genau.

- |                   |                  |                |                   |
|-------------------|------------------|----------------|-------------------|
| a) $\log_5 2$     | b) $\log_2 5$    | c) $\log_7 14$ | d) $\log_3 8$     |
| e) $\log_{0,1} 2$ | f) $\log_{10} 5$ | g) $\log_9 90$ | h) $\log_{0,8} 2$ |

4. Der Graph der Funktion  $f: x \mapsto \log_2 x$  soll untersucht werden.

- Welche Definitionsmenge hat die Funktion  $f$ ?
- Erstellen Sie eine Wertetabelle mit einfach zu ermittelnden Funktionswerten.
- Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.  
Welche typischen Eigenschaften hat der Graph dieser Logarithmusfunktion?
- Zeichnen Sie zusätzlich den Graph der Exponentialfunktion  $y = 2^x$  ein.  
Welcher Zusammenhang besteht zwischen den beiden Graphen zu  $f(x) = \log_2 x$  und  $y = 2^x$ ?

# Mathematik \* Jahrgangsstufe 10 \* Logarithmen \* Lösungen

1. a)  $\log_2 8 = 3$ , denn  $2^3 = 8$       b)  $\log_2 0,5 = -1$ , denn  $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$   
 c)  $\log_2 \sqrt{2} = 0,5$ , denn  $2^{0,5} = \sqrt{2}$       d)  $\log_2 1 = 0$ , denn  $2^0 = 1$   
 e)  $\log_{0,5} 8 = -3$       f)  $\log_{0,5} 0,5 = 1$       g)  $\log_{0,5} \sqrt{2} = -0,5$   
 h)  $\log_{0,5} 0,25 = 2$       i)  $\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$       j)  $\log_{\sqrt{2}} 0,5 = -2$   
 k)  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} = 1$       l)  $\log_{\sqrt{2}} 0,25 = -4$       m)  $\log_8 2 = \frac{1}{3}$   
 n)  $\log_{16} 0,5 = -0,25$       p)  $\log_{32} \sqrt{2} = 0,1$       q)  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{8} = 3$



2. a)  $3^x = 27 \Leftrightarrow x = \log_3 27 = 3$       b)  $3^x = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x = \log_3 \frac{1}{9} = -2$   
 c)  $3^x = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x = \log_3 3\sqrt{3} = 1,5$       d)  $3^x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \log_3 \frac{\sqrt{3}}{3} = -0,5$   
 e)  $10^x = 1000 \Leftrightarrow x = \lg 1000 = 3$       f)  $10^x = 0,0001 \Leftrightarrow x = \lg 0,0001 = -4$   
 g)  $10^x = 0,1 \cdot \sqrt{10} \Leftrightarrow x = \lg 0,1 \cdot \sqrt{10} = -0,5$   
 h)  $10^x = \sqrt[3]{0,1} \Leftrightarrow x = \lg \sqrt[3]{0,1} = -\frac{1}{3}$

3. a)  $\log_5 2 = 0,43\dots$ , denn  $5^{0,43} = 1,997\dots < 2 < 5^{0,44} = 2,030\dots$   
 b)  $\log_2 5 = 2,32\dots$ , denn  $2^{2,32} = 4,993\dots < 5 < 2^{2,33} = 5,028\dots$   
 c)  $\log_7 14 = 1,35\dots$       d)  $\log_3 8 = 1,89\dots$       e)  $\log_{0,1} 2 = -0,30\dots$   
 f)  $\log_{10} 5 = 0,69\dots$       g)  $\log_9 90 = 2,04\dots$       h)  $\log_{0,8} 2 = -3,10$

4. a)  $f(x) = \log_2 x$  hat die  
 Definitionsmenge  $D = \mathbb{R}^+$

b)

x	0,25	0,5	1	2	4	8
$\log_2(x)$	-2	-1	0	1	2	3

d) Die Graphen zu  $y = \log_2(x)$  und  $y = 2^x$  liegen achsensymmetrisch zur Winkelhalbierenden des 1. und 3. Quadranten.

