

GK Mathematik * Die Regel von l'Hospital

Sind zwei an der Stelle a stetige Funktionen f und g mit $f(a) = g(a) = 0$ in einer Umgebung von a differenzierbar und existiert der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}, \text{ so gilt } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

(Diese Regel von l'Hospital gilt auch für „ $f(a) = g(a) = \pm \infty$ “ sowie für $x \rightarrow \pm \infty$.)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x - 6}{x^2 - 4}$

2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 3x) \cdot x^2}{x^2 - 9}$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 11x + 24}$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{x^2 - 11x + 24}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin(x)}{x^2 - \sin(x)}$

6) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{2x - \pi \sin x}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(3x)}{4x + 5 \sin x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2 + 3x}$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 2x^3 + 1}{2x^8 + x - 3}$

10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - x^3 + 1}{2x^8 + x - 3}$

11) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{10} + 2x^3 + 1}{2x^8 - x - 3}$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{2x}{x^2 - 4}$

13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x+1)^2}{2x} - \frac{(x-1)^2}{2x} \right)$

14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{4x}$

15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x e^x$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln(x)}{x - 1}$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{2x^2 - 3x}$

18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2x+1)}{3-x}$