

Vorbereitung zum Abitur im LK Mathematik * Analysis

Im Wesentlichen besteht jede Abituraufgabe aus einer (umfangreichen) Diskussion einer Funktion oder Funktionenschar. Zusätzliche Flächenbestimmungen sind üblich, Umkehrfunktionen kommen manchmal vor.

Zu den folgenden Punkten sollte man fundierte Kenntnisse haben.

1. Symmetriebedingungen für Graphen
2. Stetigkeit, stetige Fortsetzung
3. Asymptoten (senkrechte, horizontale, schräge), Polynomdivision
4. Differenzierbarkeit
5. Regeln beim formalen Differenzieren (Produkt-, Quotienten-, Kettenregel)
6. Grenzwerte, Regel von l'Hospital
7. Tangenten und Normalen
8. Berühren zweier Graphen, senkrechter Schnitt zweier Graphen, Schnittwinkel zweier Graphen
9. Monotonie
10. Umkehrfunktionen
11. Die Ableitung von Umkehrfunktionen
12. Extrema, Randextrema, Hoch-, Tief-, Terrassenpunkte
13. Kurvenkrümmung, Flach- und Wendepunkte
14. Ortslinien von Hoch-, Tief-, Wendepunkten einer Kurvenschar
15. Extremwertaufgaben (Können auch in Stochastik oder analytischer Geometrie auftreten!)
16. Stammfunktionen und Integralfunktionen
17. Regeln und Tricks beim Integrieren (Substitution, partielle Integration)
18. Flächeninhalte, bestimmte Integrale, uneigentliche Integrale, Flächen zwischen zwei Graphen
19. Rauminhalt von Rotationskörpern

Vier "kleine" Aufgaben

- a. Bestimmen Sie eine integralfreie Darstellung der Funktionenschar F_a und zeigen Sie, dass jede Kurve der Schar für $x \rightarrow \infty$ die Gerade $y = 5x$ als Asymptote hat.

$$F_a(x) = \int_{-\infty}^x \frac{5e^{at}}{1+e^{at}} dt \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}^+$$

- b. Bestimmen eine Stammfunktion zu $f_k(x) = \frac{e^x}{(e^x + k)^2}$ ($k \in \mathbb{R}^+$).

Prüfen Sie, ob für $k = 1$ jede Stammfunktion auch eine Integralfunktion ist!

- c. Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = x \cdot e^{1-|x|}$ im ganzen Definitionsbereich differenzierbar ist. Prüfen Sie, ob f im ganzen Definitionsbereich sogar zweimal differenzierbar ist.

- d. Für welches $a \in \mathbb{R}$ ist f_a stetig fortsetzbar? $f_a(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x - 1}$