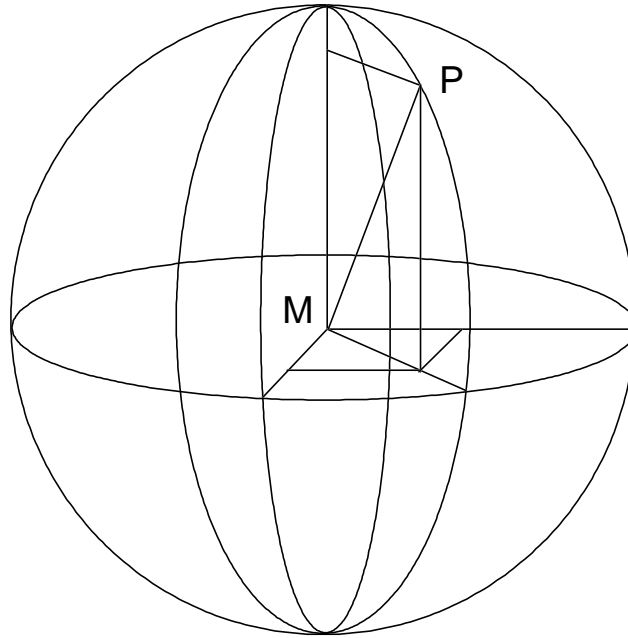


**Berechnung der kartesischen Koordinaten eines Punktes P auf der Erdoberfläche
mit den geographischen Koordinaten $P(\varphi; \lambda)$
Sphärischer Abstand zweier Punkte auf der Erdoberfläche**



- a) Tragen Sie die Koordinatenachsen (x, y, z) und φ und λ und den Kugelradius r ein.
- b) Tragen Sie die kartesischen Koordinaten von P ($x_P / y_P / z_P$) ein und berechnen Sie diese in Abhängigkeit von φ und λ .
- c) Ist T ein weiterer Punkt der Erdoberfläche, so kann man nun \overline{PT} , den räumlichen Abstand (Tunnel durch Erde!) von P und T ermitteln. Bestimmen Sie die Formel für \overline{PT} in Abhängigkeit von den kartesischen Koordinaten von P und T.
- d) Bestimmen Sie nun den Mittelpunktswinkel $\mu = \angle PMT$ in Abhängigkeit von \overline{PT} .
- e) Ermitteln Sie nun den sphärischen Abstand \widehat{PT} der beiden Punkte P und T auf der Einheitskugel und ermitteln Sie nun den Abstand von P und T auf der Erdoberfläche (Erdradius: 6370 km).

Die ermittelten und auf diesem Blatt notierten Formeln können nun für ein Excel-Arbeitsblatt verwendet werden.

Berechnung des sphärischen Abstands zweier Punkte der Erdoberfläche unter Verwendung der Tabellenkalkulation Excel

Hinweise zur Verwendung von Excel

1. In jede Zelle kann man einen Wert eingeben oder einen Wert durch eine Formel berechnen lassen.
2. Jeder Zelleninhalt kann über den Namen der Zelle (A1, A2, A3, ..., B1, ...) in Formeln verwendet werden.
3. Berechnungen und Formeln in Zellen beginnen immer mit = .
4. Den Wert der Kreiszahl π erhält man mit PI() .
5. Bei der Berechnung von trigonometrischen Funktionen müssen Winkel immer im Bogenmaß eingegeben werden. Die Umrechnung eines Winkels, der im Gradmaß in der Zelle C5 steht, lautet also = C5 * PI() / 180 .
6. Mit =RUNDEN(F6;2) wird in dieser Zelle der auf 2 Dezimalstellen gerundete Wert der Zelle F6 berechnet.
7. Die Wurzel eines Terms wird mit WURZEL(...) , das Quadrat mit (...)^2 ermittelt. Die Umkehrfunktion von sin lautet arcsin(...) und liefert den Winkel im Bogenmaß.

Hinweise zur Berechnung des sphärischen Abstands

Die Ortsvektoren zu den Orten A (φ_1 / ϑ_1) und B (φ_2 / ϑ_2) lauten

$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi_1) \cos(\lambda_1) \\ \cos(\varphi_1) \sin(\lambda_1) \\ \sin(\varphi_1) \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} \cos(\varphi_2) \cos(\lambda_2) \\ \cos(\varphi_2) \sin(\lambda_2) \\ \sin(\varphi_2) \end{pmatrix}$$

Hierbei gibt φ die geographische Breite und λ die geographische Länge an. Verwenden Sie negative Winkelwerte für westliche Länge und südliche Breite. Nach den bereits ermittelten Formeln kann nun der sphärische Abstand berechnet werden.

Zum Testen: München ($48,1^\circ / 11,6^\circ$) und Rio ($-22,9^\circ / -43,2^\circ$)
haben den sphärischen Abstand 9592 km.

Wer sich das Erstellen eines Excel-Arbeitsblattes nicht zutraut, kann die Excel-Datei „Sphärischer_Abstand“ öffnen. Dort befindet sich eine geeignete Lösung der Aufgabe.

Füllen Sie die Tabelle auf der Rückseite dieses Blattes aus.

G.R.

Geographische Koordinaten bekannter Städte:

Ort	Breite in Grad	Länge in Grad	sphärischer Abstand zu Haar in km	„Tunnelabstand“ zu Haar in km
München	48,1	11,6		
Beijing	39,9	116,5		
Bombay	16,1	72,8		
Honolulu	21,3	-157,9		
Johannesburg	-26,2	28,1		
Lissabon	34,7	-9,2		
Los Angeles	34,1	-118,2		
Madrid	40,4	-3,7		
Manila	14,6	121		
Miami	25,8	-80,2		
Melbourne	-38,1	144,9		
Moskau	55,8	37,6		
New York	40,7	-74		
Paris	48,9	2,6		
Quito	-0,2	-78,5		
Rio	-22,9	-43,2		
Rom	41,9	12,5		
Saigon	10,8	106,7		
San Franzisko	37,8	-122,4		
Tokyo	35,6	139,8		
Wellington	-41,4	174,7		

G.R.