

## Aufgaben zur Exponentialfunktion \* Jahrgangsstufe 10

1. Ein dünnes Blatt Papier der Dicke  $d = 0,10$  mm und der Fläche  $6 \text{ dm}^2$  soll  $n$ -mal gefaltet werden. Dabei entsteht ein Papierstapel der Dicke  $d(n)$  mit dem Flächeninhalt  $F(n)$ .
- Bestimmen Sie Formeln für  $d(n)$  und  $F(n)$ .
  - Berechnen Sie  $d(n)$  und  $F(n)$  für  $n = 10, 20$  und  $30$ .
  - Wie oft muss man falten, damit die Dicke des Papierstapels
    - 10m
    - dem Abstand Erde - Mond (ca. 384 000 km)
    - dem Durchmesser des sichtbaren Universums (ca. 30 Milliarden Lichtjahre, das sind etwa  $3 \cdot 10^{23}$  km) entspricht?

2. Josef skizziert die Graphen der Funktionen  $f(x) = 2^x$  und  $g(x) = x^{10}$ . Nach der Skizze hat Josef den Verdacht, dass für alle  $x > 2$  gilt  $2^x < x^{10}$ . Auch die folgende Tabelle scheint dies zu zeigen:

x	1	2	3	5	10	15	20
$f(x) = 2^x$	2	4	8	32	1.024	$3,3 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^6$
$g(x) = x^{10}$	1	1.024	$5,9 \cdot 10^4$	$9,7 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{10}$	$5,8 \cdot 10^{11}$	$1,0 \cdot 10^{13}$

- Skizzieren Sie wie Josef die beiden Graphen. Prüfen Sie den Verdacht von Josef, indem sie weitere Tabellenwerte ermitteln.
  - Wie viele Lösungen hat die Gleichung  $2^x = x^{10}$ ? Geben Sie die Lösungen (nur ungefähr) an!
3. Die Erben des Königs Krösus legen im Jahre 0 unserer Zeitrechnung **eine** Drachme an. Die ausgehandelten Zinsen von jährlich 3,0% werden am Jahresende dem Kapital zugeschlagen.
- Wie viele Drachmen haben die Erben zu Beginn des Jahres 1, 2, 3 unserer Zeitrechnung? Geben Sie eine Formel für dieses Kapital  $K(n)$  zu Beginn des  $n$ -ten Jahres an!
  - Wie groß ist das Kapital nach 10, 20, 50 bzw. 100 Jahren?
  - Zu Beginn welchen Jahres überschreitet das Kapital 1000 DM bzw. 1000 000 DM? Wie viel besitzen die Erben heute?
  - Beantworten Sie die Fragen in 3c) auch für den Fall, dass der ausgehandelte Prozentsatz für die Zinsen 2,5% bzw. 3,5% beträgt.

