

Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Aufgaben zum Funktionsbegriff

1. Geben Sie jeweils eine Funktion f an, die die folgende Eigenschaft hat:

- a) $f(1) = 3$
- b) $f(1) = 3$ und $f(2) = -1$
- c) $f(1) = 1$ und $f(2) = -2$ und $f(-1) = 1$
- d) $0 = f(1) = f(3) = f(5) = f(7) = \dots$
- e) $f(2n) = 0$ und $f(2n-1) = 2n+1$ für $n \in \mathbb{N}$

Ist die Funktion jeweils eindeutig festgelegt?

2. Geben Sie eine Funktion f an mit dem Definitionsbereich

- a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
- b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 1\}$
- c) $D_f =]-\infty; 2]$
- d) $D_f = \mathbb{R} \setminus [0; 5]$
- e) $D_f = \mathbb{R} \setminus]0; 5]$
- f) $D_f = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$

3. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion g .

- a) $g(x) = x^4 + 2x^3$
- b) $g(x) = x^4 - 2x^3$
- c) $g(x) = x^4 + 2x^2$
- d) $g(x) = x^4 - 2x^2$
- e) $g(x) = x^8 + 2x^4$
- f) $g(x) = x^8 - 2x^4$

4. Bestimmen Sie – sofern vorhanden – alle (lokalen) Extremwerte der Funktion h .

- a) $h(x) = 4 - 2x^2$
- b) $h(x) = \sqrt{1 + 2x^2} - 3$
- c) $h(x) = 3 - 2x$
- d) $h(x) = 2x^2 - 3x + 4$
- e) $h(x) = \frac{3}{2 + x^2}$
- f) $h(x) = x^4 - 3 + 2x^2$

5. In welchen Intervallen ist die Funktion k monoton steigend?

- a) $k(x) = \frac{1}{x}$
- b) $k(x) = \frac{1}{x+3}$
- c) $k(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- d) $k(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$



Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Aufgaben zum Funktionsbegriff * Lösungen

1. a) z.B. $f(x) = x + 2$ b) z.B. $f(x) = 7 - 4x$
 c) z.B. $f(x) = -x^2 + 2$ d) z.B. $f(x) = \sin(\pi \cdot x)$
 e) z.B. $f(x) = (x + 2) \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \right)^2$ Alle Funktionen sind nicht eindeutig festgelegt.
2. a) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ b) $f(x) = \frac{1}{x \cdot (x-1) \cdot (x+2)}$
 c) $f(x) = \sqrt{2-x}$ d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x \cdot (x-5)}}$
 e) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-5}}$ f) $f(x) = \frac{1}{\sin(\pi \cdot x)}$
3. a) $g(x) = x^4 + 2x^3 = x^3 \cdot (x+2)$ NSt.: $x_1 = 0$; $x_2 = -2$
 b) $g(x) = x^4 - 2x^3 = x^3 \cdot (x-2)$ NSt.: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$
 c) $g(x) = x^4 + 2x^2 = x^2 \cdot (x^2 + 2)$ NSt.: $x_1 = 0$
 d) $g(x) = x^4 - 2x^2 = x^2 \cdot (x^2 - 2)$ NSt.: $x_1 = 0$; $x_{2/3} = \pm \sqrt{2}$
 e) $g(x) = x^8 + 2x^4 = x^4 \cdot (x^4 + 2)$ NSt.: $x_1 = 0$
 f) $g(x) = x^8 - 2x^4 = x^4 \cdot (x^4 - 2)$ NSt.: $x_1 = 0$; $x_{2/3} = \pm \sqrt[4]{2}$
4. a) HOP (0 / 4) b) TIP (0 / - 2)
 c) keine Extrema d) TIP (0,75 / 2,875)
 e) HOP (0 / 1,5) f) TIP (0 / - 3)
5. a) in keinem Intervall b) in keinem Intervall
 c) im Intervall $]-\infty ; 0]$ d) im Intervall $[0 ; \infty [$

