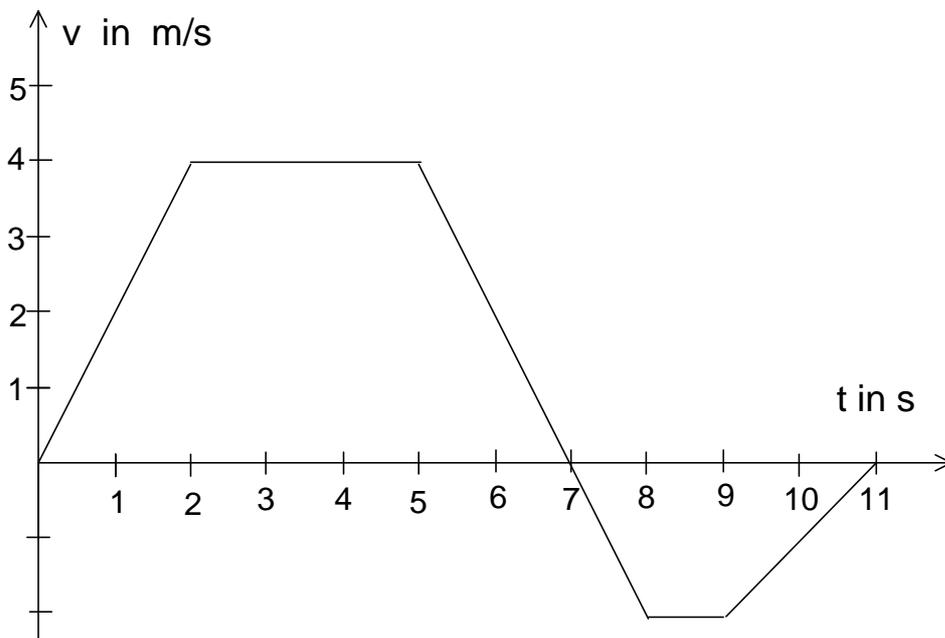
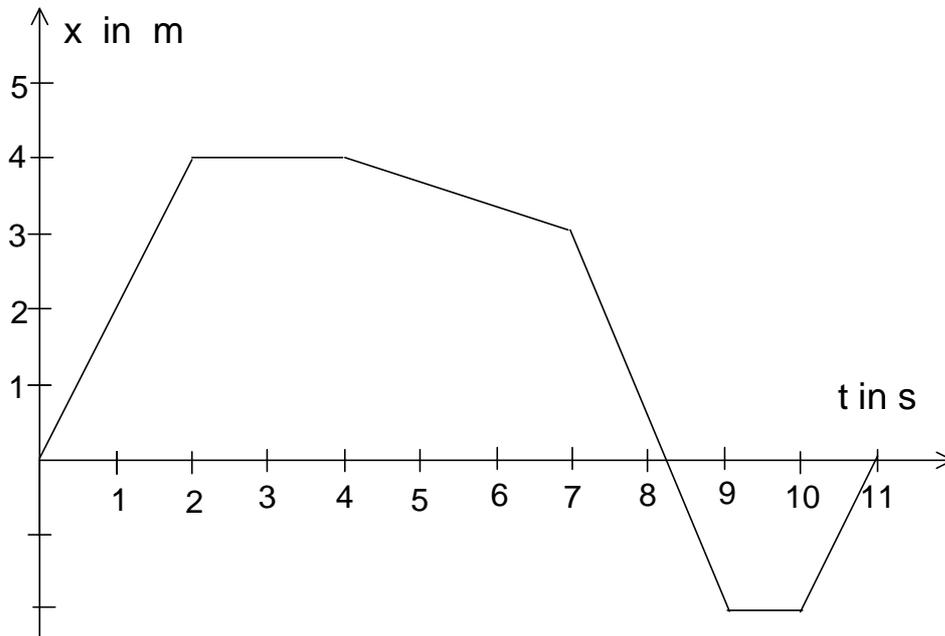


## Mathematik \* Klasse 11 \* Graphen reeller Funktionen

Die beiden Graphen stellen die Bewegung zweier Spielzeugautos dar.

$x$  gibt dabei im ersten Diagramm den Ort des Autos 1 und  $v$  gibt im zweiten Diagramm die Geschwindigkeit des Autos 2 an.



- Beschreiben Sie mit eigenen Worten den Bewegungsablauf der beiden Autos.
- Welche Aussagen über die Geschwindigkeit  $v$  kann man für Auto 1 machen?
- Welche Aussagen über den Aufenthaltsort  $x$  kann man für Auto 2 machen?
- Die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit wird mit dem Begriff der Beschleunigung beschrieben.  
Wie würden Sie den Begriff "Beschleunigung" möglichst sinnvoll festlegen?  
Welche Beschleunigungen erfahren die beiden Autos damit während der dargestellten Bewegung?

## **Bewegung von Auto 1:**

Auto 1 bewegt sich 2 Sekunden lang mit 2 m/s vorwärts, steht dann 2 Sekunden lang ruhig, bewegt sich dann 3 Sekunden lang mit ca. 0,33 m/s rückwärts, anschließend 2 Sekunden lang mit 2,5 m/s rückwärts, bleibt nun wieder eine Sekunde lang stehen um dann in der letzten Sekunde wieder mit 2 m/s in Vorwärtsrichtung zu fahren. Das Auto steht am Ende wieder am Ausgangsort.

## **Bewegung von Auto 2:**

Auto 2 beschleunigt zunächst 2 Sekunden lang (mit der konstanten Beschleunigung von 2 m/s pro Sekunde, d.h. mit  $2 \text{ m/s}^2$ ) in Vorwärtsrichtung, fährt dann 3 Sekunden lang mit der konstanten Geschwindigkeit von 4 m/s (in Vorwärtsrichtung) weiter, bremst dann in 2 Sekunden bis zum Stillstand ab (negative Beschleunigung, also  $-2 \text{ m/s}^2$ ), beschleunigt nun die nächste Sekunde in Rückwärtsrichtung (d.h. weiterhin negative Beschleunigung, also  $-2 \text{ m/s}^2$ ), fährt dann eine Sekunde lang mit konstanter Geschwindigkeit von 2 m/s rückwärts (also mit  $-2 \text{ m/s}$ ), um dann in den beiden letzten Sekunden wieder auf Stillstand abzubremsten (d.h. also positive Beschleunigung von  $2 \text{ m/s}^2$ , weil die Rückwärtsbewegung abgebremst wird).

Befindet sich das Auto 2 beim Start an der Stelle  $x = 0\text{m}$ , so kann man an den Flächen unter dem Graphen erkennen, dass es sich nach 2 Sekunden 4m rechts von der Ausgangslage befindet (man schreibt dafür  $x(2\text{s}) = 4\text{m}$ ). In den nächsten drei Sekunden legt es 12m Weg zurück (d.h.  $x(5\text{s}) = 4\text{m} + 12\text{m} = 16\text{m}$ ), bewegt sich weitere 2 Sekunden mit abnehmender Geschwindigkeit weitere 4m vorwärts (d.h.  $x(7\text{s}) = 16\text{m} + 4\text{m} = 20\text{m}$ ), bewegt sich dann mit zunehmender Geschwindigkeit in Rückwärtsrichtung in der nächsten Sekunde 1m rückwärts (d.h.  $x(8\text{s}) = 20\text{m} - 1\text{m} = 19\text{m}$ ), fährt anschließend eine Sekunde lang mit konstanter Geschwindigkeit 2m rückwärts (also  $x(9\text{s}) = 17\text{m}$ ) und fährt die letzten beiden Sekunden mit abnehmender Rückwärtsgeschwindigkeit nochmals 2m rückwärts. Am Ende gilt also  $x(11\text{s}) = 15\text{m}$ . Auto 2 befindet sich also am Ende 15m (in positiver Richtung, d.h. rechts) von der Ausgangsposition entfernt.

## **Drei wichtige Erkenntnisse gewinnt man also aus den Diagrammen:**

### **1. Im t-x-Diagramm gibt die Steigung die Geschwindigkeit an.**

Positive Steigung bedeutet hierbei eine Bewegung vorwärts, negative Steigung dagegen eine Bewegung rückwärts.

### **2. Im t-v-Diagramm gibt die Fläche zwischen Graph und t-Achse den zurückgelegten Weg an.**

Flächen oberhalb der t-Achse entsprechen dabei zurückgelegten Wegen in Vorwärtsrichtung, Flächen unterhalb der t-Achse dagegen zurückgelegten Wegen in Rückwärtsrichtung.

### **Im t-v-Diagramm gibt die Steigung die so genannte Beschleunigung (d.h. die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit) an.**

Positive Steigung bedeutet dabei Zunahme der Geschwindigkeit in Vorwärtsrichtung oder Abnahme der Geschwindigkeit in Rückwärtsrichtung.

Negative Steigung bedeutet entsprechend Abnahme der Geschwindigkeit in Vorwärtsrichtung bzw. Zunahme der Geschwindigkeit in Rückwärtsrichtung.

Die Berechnung der Steigung an beliebigen Graphen erlernt man in der 11. Klasse (so genannte **Differentialrechnung**), die Berechnung der Fläche unter Graphen in der K12 (**Integralrechnung**).