Kurvendiskussionen mit DERIVE

Eingabe von Funktionen

Geben Sie in der Eingabezeile (oder über *Definieren*, *Funktion definieren*) die folgende Funktion ein: f(x) : = x^3+3x^2+x
(Wichtig: Doppelpunkt vor dem Gleichheitszeichen nicht vergessen!)
Mit der Returntaste wird jede Eingabe bestätigt.
Falls Sie eine Eingabe korrigieren wollen, klicken Sie diese an und rufen *Bearbeiten, Derive-Objekt* auf (oder wählen im Kontextmenü mit rechter Maustaste *Bearbeiten* bzw. *Löschen).* In der Eingabezeile können Sie nun die Korrektur durchführen.

Grafische Anzeige

Befindet sich der Focus auf der Eingabezeile f(x) : = x^3+3x^2+x (d.h. diese Eingabe ist dunkelblau hinterlegt), dann können Sie über den Menüpunkt *2D-Grafik-Fenster* zuerst das Grafik-Fenster aufrufen und dort dann den im Algebra-Fenster markierten *Ausdruck zeichnen*.
Mit *Fenster, Vertikal anordnen* kann man das Algebra-Fenster und das Grafik-Fenster gleichzeitig einblenden und zwischen beiden Fenster hin und her schalten. Untersuchen Sie im Grafik-Fenster auch die Menüpunkte zum Zoomen, zum Mittelpunkt, zum Löschen, ...
Schalten Sie unter *Extras* den *Automatischen Farbwechsel* aus, wenn Sie weitere Funktionsgrafen in gleicher Farbe eintragen wollen.
Das Grafik-Fenster kann über *Datei, Einbetten* in das Algebra-Fenster kopiert und dort durch "Ziehen mit der Maus" vergrößert oder verkleinert werden.

Bestimmen der Nullstellen

Tippen Sie f(x) = 0 in die Eingabezeile. Mit *Lösen, Ausdruck...* können Sie nun diese Gleichung reell oder komplex, algebraisch oder numerisch (Dezimalbruch) im Focus lösen.
Es erscheint dann zuerst z.B. SOLVE(f(x) = 0, x, Real) im Algebra-Fenster.
Wählen Sie nun *Vereinfachen, = Algebraisch*.
Probieren Sie sowohl die algebraische wie auch die numerische (reelle) Lösung aus.

Ableitungen einer Funktion

Geben Sie in die Eingabezeile Folgendes ein: DIF(f(x), x, 1)
Wählen Sie dann *Vereinfachen, =Algebraisch* (oder nur das Menüzeichen =)
Es wird die erste Ableitung f ' (x) angezeigt. Wechseln Sie in das Grafik-Fenster und zeichnen Sie den Grafen von f ' (x) wie oben beschrieben.
Mit DIF(f(x), x, 2), DIF(f(x), x, 3), ... kann man die zweite, dritte, ... Ableitungen ermitteln.
(Auch von wesentlich komplizierteren Funktionen lassen sich die Ableitungen algebraisch ermitteln.)

Grenzwerte von Funktionen

Geben Sie in die Eingabezeile Folgendes ein:
lim (f(x), x , 3 , 0) und klicken Sie dann auf eines der Symbole ✓ , = , $\overset{\checkmark}{=}$, ... links vor der Eingabezeile. Es wird damit der beidseitige Grenzwert von f(x) für x gegen 3 angezeigt.
lim (f(x), x , 3 , 1) gibt entsprechend den rechtsseitigen und
lim (f(x), x , 3 , -1) den linksseitigen Grenzwert an.
Das Zeichen ∞ befindet sich im Sonderzeichenblock rechts unterhalb der Eingabezeile.
Prüfen Sie lim (1/x, x , 0, 0) und lim (1/x, x, ∞, 0) mit der Taste $\overset{\checkmark}{=}$.

Erstellen von Seiten

Über den Menüpunkt *Datei, Seitenansicht* kann man das Algebrafenster als Arbeitsblatt ausgeben.
Über *Extras, Ausdrucksnummern ausblenden* kann man die u. U. störenden Ausdrucksnummern ausblenden. Über *Einfügen, Textobjekt...* kann man unterhalb der markierten Stelle im Algebra-Fenster erläuternden Text oder Kommentare einfügen.

Kurvenscharen

Sie können einzelne Funktionen der Schar getrennt eingeben und zeichnen oder mit dem so genannten VECTOR - Befehl das Verfahren etwas abkürzen.
Die Schar $f_t(x) = x^3 + t\,x^2 + x$ soll untersucht werden.
Geben Sie Folgendes ein: f(x, t) : = x^3 + tx^2 + x (Entertaste)
VECTOR(f(x, t), t, -4, 4, 1) (Entertaste)
Vereinfachen Sie nun *algebraisch* diesen Ausdruck (=)
Es erscheint nun ein Vektor mit insgesamt 9 Funktionstermen, wobei der Parameter t von - 4 bis 4 mit der Schrittweite 1 läuft.
Sie können nun entweder alle Funktionen der Schar auf einmal zeichnen lassen (Focus auf ganzem Vektor) oder nur einzelne Terme des Vektors markieren und dann nur die zugehörigen Grafen zeichnen lassen.

Abschnittsweise definierte Funktionen

Mit der Eingabe IF(-3 < x < = 4, sin(x)) und anschließendem Zeichnen des zugehörigen Grafen wird die Funktion y = sin(x) nur im Bereich] -3 ; 4] gezeichnet.
So kann man abschnittsweise definierte Funktionen zusammensetzen.

Parametrisierte Kurven

Hat man z.B. errechnet, dass sich alle Hochpunkte einer Schar bei $\mathrm{HOP}(k + 2\sqrt{k+1}\ ;\ k - k^2)$ mit k > 0 befinden, so kann man mit der Eingabe $[\,k + 2\sqrt{k+1}\ ,\ k - k^2\,]$ einen Vektor [x, y] festlegen und anschließend grafisch darstellen.
Hierbei gibt man dann als minimalen Wert 0 (für k) und als maximalen Wert einen genügend großen Wert an.
Es ist also für das Zeichnen der Ortskurve der Hochpunkte nicht notwendig, den Parameter k zu eliminieren und den Zusammenhang zwischen y und x explizit zu ermitteln.

Aufgaben:

1. Diskutieren Sie die Kurvenschar $f_k(x) = x^3 + k\,x \quad mit\ \ k \in R$.

2. Diskutieren Sie die Kurvenschar $f_k(x) = \dfrac{4x^2 - 8k\,x}{k^3} \quad mit\ \ k \in [1;\infty[$.

3. Diskutieren Sie $g(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 3}{\sqrt{x^4 + 4}}$.