**Wahlintensivierung Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * G9**

**Eine erste Kurvendiskussion**

Bei einer Kurvendiskussion sollen mit möglichst wenig Rechenaufwand alle wesentlichen charakteristischen Punkte des Graphen gefunden werden.
Anschließend lässt sich der Graph der Funktion mit diesen wenigen berechneten Punkten recht genau skizzieren.

1. Es soll die Funktion $f$ mit $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 1$ untersucht werden.

   a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f$ und prüfen Sie den Graphen auf Symmetrie.
   Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$ ?

   b) Bestimmen Sie alle Stellen mit horizontaler Tangente.
   Besitzt der Graph von $f$ so genannte Hoch- bzw. Tiefpunkte?

   c) Skizzieren Sie den Graphen.

2. Es soll die Funktion $f$ mit $f(x) = \frac{1}{5}(x^2 - 9)\cdot(x-1)$ untersucht werden.

   a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f$ .
   Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$ ?

   b) Zeigen Sie, dass für die Ableitung $f'$ gilt: $f'(x) = 0,6x^2 - 0,4x - 1,8$
   Bestimmen Sie alle Stellen mit horizontaler Tangente.
   Bestimmen Sie alle Hoch- bzw. Tiefpunkte des Graphen $G_f$ .

   c) Skizzieren Sie den Graphen.

3. Bestimmen Sie ohne quadratische Ergänzung die Koordinaten des Scheitels der Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0,24x^2 - 1,8x + 2,16$ .

**Wahlintensivierung Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * G9 * Lösungen**

**Eine erste Kurvendiskussion**

1. a) Nullstellen: $x_{1/2} = \pm 2$ ; $y_{1/2} = 0$

$f(-x) = f(x) \Rightarrow G_f$ ist achsensymmetrisch

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} x^4 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{4x^2} - \frac{1}{x^4}\right) =$$

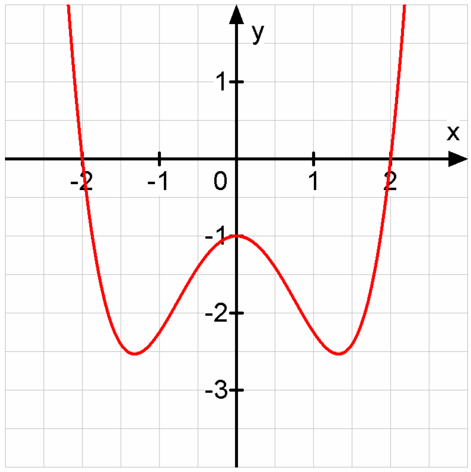
$$= \text{"}{+\infty} \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 - 0\right)\text{"} = +\infty$$

b) $f'(x) = 2x^3 - 3{,}5\,x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_3 = 0$ und $x_{4/5} = \pm 0{,}5 \cdot \sqrt{7}$

$y_3 = -1$ ; $y_{4/5} = -\dfrac{81}{32} \approx -2{,}53$

HOP(0/-1) ; $TIP_1(x_4/y_4)$ und $TIP_2(x_5/y_5)$




2. a) Nullstellen:

$x_1 = 0$ und $x_{2/3} = \pm 3$ ; $y_1 = y_{2/3} = 0$

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{5} \cdot x^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{9}{x^2} + \frac{9}{x^3}\right) =$$

$$= \pm\infty$$

b) $f(x) = \dfrac{1}{5}(x^2 - 9)\cdot(x-1) = \dfrac{1}{5}\cdot(x^3 - x^2 - 9x + 9)$

$f'(x) = \dfrac{1}{5}\cdot(3x^2 - 2x - 9) = 0{,}6x^2 - 0{,}4\,x - 1{,}8$

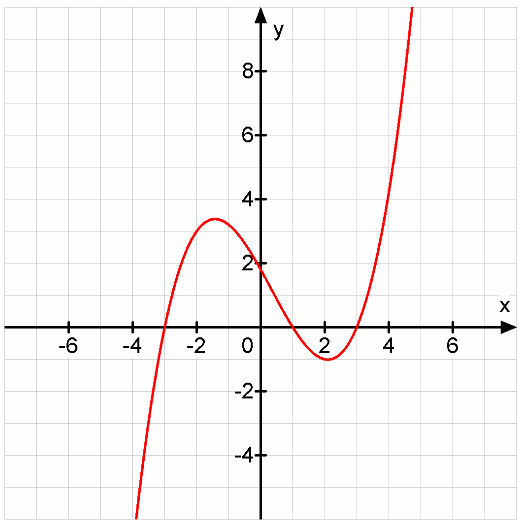
Waagrechte Tangenten:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_{4/5} = \dfrac{1}{3}(1 \pm 2\sqrt{7})$

$x_4 \approx 2{,}10$ ; $x_5 \approx -1{,}43$

$y_4 = \dfrac{1}{135}\cdot(160 - 112\cdot\sqrt{7}) \approx -1{,}01$ ; $y_5 = \dfrac{1}{135}\cdot(160 + 112\cdot\sqrt{7}) \approx 3{,}38$ ;

$TIP(x_4/y_4)$ und $HOP(x_5/y_5)$




3. $f(x) = 0{,}24\,x^2 - 1{,}8x + 2{,}16 \Rightarrow f'(x) = 0{,}48\,x - 1{,}8$

waagrechte Tangente für $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}48\,x - 1{,}8 = 0 \Leftrightarrow x = x_{Scheitel} = \dfrac{1{,}8}{4{,}8} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

$y_{Scheitel} = 0{,}24\cdot\dfrac{9}{64} - 1{,}8\cdot\dfrac{3}{8} + 2{,}16 = 1\dfrac{83}{160} = 1{,}51875$

also S ( 0,375 / 1,51875 )