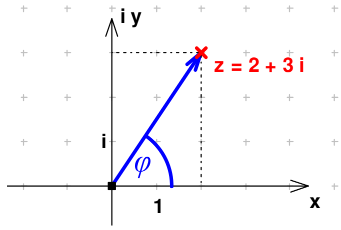
Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Normal- und Polarform komplexer Zahlen

Normalform einer komplexen Zahl: $z = x + i \cdot y$

Polarform einer komplexen Zahl: $z = |z| \cdot E(\varphi)$



x heißt Realteil, y Imaginärteil der komplexen Zahl z

$|z|$ heißt der Betrag und φ das Argument der komplexen Zahl z

$E(\varphi) = \cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi)$ gibt den Einheitsvektor in Richtung von φ an,

$|z|$ entspricht der Länge des Vektors, der zur komplexen Zahl z gehört.

Umrechnung: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $\tan(\varphi) = \frac{y}{x}$

$x = |z| \cdot \cos(\varphi)$ und $y = |z| \cdot \sin(\varphi)$

Beispiel 1 : $z = 2 + 3i$

$\Rightarrow \; |z| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ und $\tan(\varphi) = \frac{3}{2}$ also $\varphi = \tan^{-1}(\frac{3}{2}) \approx 56{,}3^\circ$

also $z = 2 + 3i \approx \sqrt{13} \cdot E(56{,}3^\circ)$

Beispiel 2 : $z = 2{,}5 \cdot E(120^\circ)$

$\Rightarrow \; x = 2{,}5 \cdot \cos(120^\circ) = -2{,}5 \cdot \frac{1}{2} = -1{,}25$ und $y = 2{,}5 \cdot \sin(120^\circ) = 2{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}25 \cdot \sqrt{3}$

also $z = 2{,}5 \cdot E(120^\circ) = -1{,}25 + 1{,}25 \cdot \sqrt{3} \cdot i$

Folgende Sinus- und Kosinuswerte sollte man beim Umrechnen verwenden:

Winkel φ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(\varphi)$	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$
$\cos(\varphi)$	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$

Aufgaben

1. Wandeln Sie jeweils in die andere Form um.

   a) $z = 2 + 2i$ b) $z = -3i$ c) $z = -2 + 2\sqrt{3}\,i$

   d) $z = 2 \cdot E(150^\circ)$ e) $z = 2 \cdot E(180^\circ)$ f) $z = 3\sqrt{2} \cdot E(135^\circ)$

2. Geben Sie das Ergebnis in Normalform an.

   a) $\sqrt{2} \cdot E(315^\circ) - (2 + i) =$

   b) $\sqrt{3} \cdot E(120^\circ) + (\sqrt{3} - 2i) =$

   c) $2E(270^\circ) - \sqrt{2}\,E(135^\circ) + (1+i) - E(90^\circ) =$