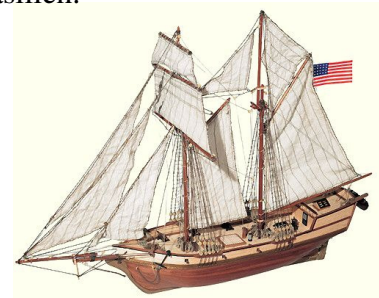


Sphärische Geometrie * Übungsblatt „Rechtwinkliges Kugeldreieck“

1. Zeigen Sie für das rechtwinklige Dreieck mit Hilfe der neperischen Regeln:
 - a) Katheten und ihre Gegenwinkel sind stets von gleicher Art, d.h. ist $\alpha < 90^\circ$, so ist auch $a < 90^\circ$ und ist β stumpf, dann ist auch b stumpf.
 - b) Sind beide Katheten spitz oder beide stumpf (man sagt „gleichartig“) so ist die Hypotenuse spitz. Sind die beiden Katheten aber nicht gleichartig, dann ist c stumpf.
2. Bei den folgenden Aufgaben ist jeweils $\gamma = 90^\circ$. Berechnen Sie aus den gegebenen die fehlenden Stücke. Wie viele Lösungsdreiecke gibt es jeweils?
 - a) $a = 38,2^\circ$; $b = 102,5^\circ$
 - b) $a = 123^\circ$; $\beta = 134^\circ$
 - c) $b = 124^\circ$; $\beta = 110^\circ$
3. Berechnen Sie den Flächeninhalt eines bei B rechtwinkligen Kugeldreiecks, wenn $a = 55^\circ$ und $c = 85^\circ$ messen. Das Dreieck befindet sich auf einer Kugel mit dem Radius $r = 5,0\text{cm}$.
4. Berechnen Sie die fehlenden Stücke in einem gleichschenkligen Dreieck mit der Basis c , wenn $a = 70^\circ$ und $c = 110^\circ$ gilt.
5. Auf der Kugeloberfläche vom Radius $r = 10\text{cm}$ hat ein gleichseitiges Dreieck einen Flächeninhalt von 120cm^2 .
Wie groß sind die Winkel und Seiten in diesem Dreieck?
6.
 - a) Berechnen Sie die Längengrade derjenigen Orte auf dem Äquator, die von Rom ($12,5^\circ$ östl. / $41,9^\circ$ nördl.) ebenso weit entfernt sind wie Rom vom Nordpol.
 - b) Wie weit sind diese Orte vom Nordpol entfernt und um wie viel Prozent länger ist der Umweg über Rom?
7. Berechnen Sie die Länge der Diagonalen in einem regelmäßigen Viereck mit der Seitenlänge $s = 34,5^\circ$.
Welche Fläche hat dieses Viereck auf einer Kugel mit $5,0\text{cm}$ Radius?
8. In einem regelmäßigen Fünfeck ist
 - a) der sphärische Radius des Umkreises 60° ,
 - b) der sphärische Radius des Inkreises 50° .Berechnen Sie jeweils Seiten, Winkel und Exzess des Fünfecks.
9. Die Mündung des Amazonasstromes befindet sich auf dem Äquator und $50,7^\circ$ westlicher Länge. Berechnen Sie die Entfernung dieses Ortes von Hamburg ($10,0^\circ$ östl. / $53,6^\circ$ nördl.).
Hinweis: Suchen Sie ein geeignetes rechtwinkliges Dreieck!
10. Jemand segelt auf dem kürzesten Weg vom Kap Sao Vicente ($8,67^\circ$ westl. / $36,75^\circ$ nördl.) in Portugal nach Vitoria ($40,58^\circ$ westl. / $20,50^\circ$ südl.) in Brasilien.
Wo überquert er den Äquator?



Lösungen
zum Übungsblatt „Rechtwinkliges Kugeldreieck“

1. a) $\cos(\alpha) = \cos(a) \cdot \sin(\beta)$, da $\sin(\beta) \geq 0$ gilt, haben $\cos(\alpha)$ und $\cos(a)$ das gleiche Vorzeichen; d.h. wenn z.B. α stumpf ist, dann ist auch a stumpf.
 b) $\cos(c) = \cos(a) \cdot \cos(b)$; sind a und b gleichartig, dann haben $\cos(a)$ und $\cos(b)$ gleiches Vorzeichen und $\cos(c)$ ist damit positiv, d.h. c ist spitz.
 Sind aber a und b nicht gleichartig, dann haben $\cos(a)$ und $\cos(b)$ unterschiedliches Vorzeichen, $\cos(c)$ ist damit negativ und c daher stumpf.
2. a) $c = 99,79^\circ$ $\alpha = 38,87^\circ$ $\beta = 97,81^\circ$
 b) $\alpha = 113^\circ$ $b = 139^\circ$ $c = 65,7^\circ$
 c) $a_1 = 32,66^\circ$ $\alpha_1 = 37,71^\circ$ $c_1 = 118,1^\circ$
 $a_2 = 147,3^\circ$ $\alpha_2 = 142,3^\circ$ $c_2 = 61,92^\circ$
3. $\alpha = 55,1^\circ$ $\beta = 90,0^\circ$ $\gamma = 85,9^\circ$ $F = 22,3 \text{ cm}^2$
4. $\alpha = 58,68^\circ$ $\gamma = 121,3^\circ$
5. Exzess $\varepsilon = 68,75^\circ$ $\alpha = 82,92^\circ$ $a = 81,92^\circ$
6. a) zwei Lösungen : $13,7^\circ$ westl. oder $38,7^\circ$ östl.
 b) $6,89\%$ länger
7. $d = 49,6^\circ$ $9,6 \text{ cm}^2$
8. a) $a = 61,2^\circ$ $\alpha = 140,1^\circ$ $\varepsilon = 5\alpha - 3 \cdot 180^\circ = 160,5^\circ$
 b) $a = 58,2^\circ$ $\alpha = 135,6^\circ$ $\varepsilon = 138^\circ$
9. 8129 km
10. schwer! Bei der geographischen Länge $30,06^\circ$ westl.

