

## Mathematik \* Jahrgangsstufe 9 \* Wurzelgleichungen

1. Bestimme jeweils alle Lösungen!

Denke daran, dass man bei Wurzelgleichungen immer eine Probe benötigt!

a)  $3 \cdot \sqrt{2x-1} - 4 = 11$

b)  $32 - \sqrt{2x+4} = 4 \cdot 7$

c)  $\sqrt{x^2-9} = x-1$

d)  $\sqrt{x^2+5} = x+1$

e)  $\sqrt{x^2+4} = 3x+2$

f)  $\sqrt{x^2+9} = 2x-3$

g)  $\sqrt{2x+3} = \sqrt{3x+2}$

h)  $\sqrt{20-3x} = \sqrt{3x-10}$

i)  $\sqrt{x+3} = \sqrt{x+19} - 2$

j)  $\sqrt{20+x} = 9 - \sqrt{x+29}$

k)  $\sqrt{x^2+7} = \sqrt{2+x^2} + 1$

l)  $\sqrt{12-x^2} = 9 - \sqrt{39-x^2}$

m)  $\sqrt{x^2+4x+10} = 2x+1$

n)  $\sqrt{x^2-6x+9} = 1-3x$

o)  $\sqrt{x^2-8x} = 4x-1$

### Wiederholungsaufgaben zum Rechnen mit Wurzeln

2. Vereinfache!

a)  $\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$

b)  $\sqrt{8} \cdot (3\sqrt{2a} + 5\sqrt{18a})$

3. Radiziere so weit wie möglich!

a)  $\sqrt{242 x^3 y^2 z^6}$

b)  $\sqrt{x^2 - 6xy + 9y^2}$

4. Mache den Nenner rational!

a)  $\frac{a}{2\sqrt{3ab^2}}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{a - \sqrt{2}}$

c)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

d)  $\frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 3}$

5. Löse die Gleichungen!  $G = R$

a)  $\frac{1}{2}x^2 + 5 = x^2 - 5$

b)  $2 - \sqrt{x+4} = x$

c)  $(x-1)^2 = 3x^2 - 2x - 4$

d)  $x + \sqrt{5x^2 - 6x} = 3$

## Mathematik \* Jahrgangsstufe 9 \* Wurzelgleichungen \* Lösungen

1. a)  $3 \cdot \sqrt{2x-1} - 4 = 11 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 5 \Leftrightarrow 2x-1 = 25 \Leftrightarrow x = 8$ ;  $L = \{8\}$  Probe  $\checkmark$
- b)  $32 - \sqrt{2x+4} = 4 \cdot 7 \Leftrightarrow \sqrt{2x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x+4 = 16 \Leftrightarrow x = 6$ ;  $L = \{6\}$  Probe  $\checkmark$
- c)  $\sqrt{x^2-9} = x-1 \Leftrightarrow x^2-9 = x^2-2x+1 \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow x = 5$ ;  $L = \{5\}$  Probe  $\checkmark$
- d)  $\sqrt{x^2+5} = x+1 \Leftrightarrow x^2+5 = x^2+2x+1 \Leftrightarrow 4 = 2x \Leftrightarrow x = 2$ ;  $L = \{2\}$  Probe  $\checkmark$
- e)  $\sqrt{x^2+4} = 3x+2 \Leftrightarrow x^2+4 = 9x^2+12x+4 \Leftrightarrow 8x^2+12x = 0 \Leftrightarrow$   
 $4x \cdot (2x+3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ ;  $(x_2 = -\frac{3}{2})$ ;  $L = \{0\}$  Probe:  $x_2$  keine Lösung!
- f)  $\sqrt{x^2+9} = 2x-3 \Leftrightarrow x^2+9 = 4x^2-12x+9 \Leftrightarrow 0 = 3x^2-12x \Leftrightarrow$   
 $0 = 3x(x-4) \Leftrightarrow (x_1 = 0)$ ;  $x_2 = 4$ ;  $L = \{4\}$  Probe:  $x_1$  keine Lösung!
- g)  $\sqrt{2x+3} = \sqrt{3x+2} \Leftrightarrow 2x+3 = 3x+2 \Leftrightarrow x = 1$ ;  $L = \{1\}$  Probe  $\checkmark$
- h)  $\sqrt{20-3x} = \sqrt{3x-10} \Leftrightarrow 20-3x = 3x-10 \Leftrightarrow 30 = 6x \Leftrightarrow x = 5$ ;  $L = \{5\}$   $\checkmark$
- i)  $\sqrt{x+3} = \sqrt{x+19} - 2 \Leftrightarrow x+3 = x+19 - 4 \cdot \sqrt{x+19} + 4 \Leftrightarrow$   
 $4 \cdot \sqrt{x+19} = 20 \Leftrightarrow \sqrt{x+19} = 5 \Leftrightarrow x+19 = 25 \Leftrightarrow x = 6$ ;  $L = \{6\}$  Probe  $\checkmark$
- j)  $\sqrt{20+x} = 9 - \sqrt{x+29} \Leftrightarrow 20+x = 81 - 18 \cdot \sqrt{x+29} + x + 29 \Leftrightarrow$   
 $18 \cdot \sqrt{x+29} = 90 \Leftrightarrow \sqrt{x+29} = 5 \Leftrightarrow x+29 = 25 \Leftrightarrow x = -4$ ;  $L = \{-4\}$  Probe  $\checkmark$
- k)  $\sqrt{x^2+7} = \sqrt{2+x^2} + 1 \Leftrightarrow x^2+7 = 2+x^2+2 \cdot \sqrt{2+x^2} + 1 \Leftrightarrow$   
 $4 = 2 \cdot \sqrt{2+x^2} \Leftrightarrow 2 = \sqrt{2+x^2} \Leftrightarrow 4 = 2+x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{2}$   $\checkmark$   
 Probe: l.S.  $\sqrt{(\pm\sqrt{2})^2+7} = \sqrt{2+7} = \sqrt{9} = 3$   
 Probe: r.S.  $\sqrt{2+(\pm\sqrt{2})^2} + 1 = \sqrt{2+2} + 1 = \sqrt{4} + 1 = 2+1 = 3$
- l)  $\sqrt{12-x^2} = 9 - \sqrt{39-x^2} \Leftrightarrow 12-x^2 = 81 - 18 \cdot \sqrt{39-x^2} + 39 - x^2 \Leftrightarrow$   
 $18 \cdot \sqrt{39-x^2} = 108 \Leftrightarrow \sqrt{39-x^2} = 6 \Leftrightarrow 39-x^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{3}$   $\checkmark$   
 Probe: l.S.  $\sqrt{12-(\pm\sqrt{3})^2} = \sqrt{12-3} = \sqrt{9} = 3$   
 Probe: r.S.  $9 - \sqrt{39-(\pm\sqrt{3})^2} = 9 - \sqrt{39-3} = 9 - \sqrt{36} = 9-6 = 3$
- m)  $\sqrt{x^2+4x+10} = 2x+1 \Leftrightarrow x^2+4x+10 = 4x^2+4x+1 \Leftrightarrow 9 = 3x^2 \Leftrightarrow$   
 $x^2 = 3 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{3}$  aber  $L = \{ \}$   
 Probe: l.S.  $\sqrt{(\pm\sqrt{3})^2+4 \cdot (\pm\sqrt{3})+10} = \sqrt{3 \pm 4 \cdot \sqrt{3} + 10} = \sqrt{13 \pm 4 \cdot \sqrt{3}}$   
 $\sqrt{13 \pm 4 \cdot \sqrt{3}} \approx 4,4641016$  bzw.  $2,4641016$   
 Probe: r.S.  $2 \cdot (\pm\sqrt{3}) = \pm 2\sqrt{3} \approx \pm 3,4641016$
- n)  $\sqrt{x^2-6x+9} = 1-3x \Leftrightarrow x^2-6x+9 = 1-6x+9x^2 \Leftrightarrow 8 = 8x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow$   
 $x_{1/2} = \pm 1$ ;  $L = \{-1\}$  Nur für  $x_2 = -1$  stimmt die Probe!
- o)  $\sqrt{x^2-8x} = 4x-1 \Leftrightarrow x^2-8x = 16x^2-8x+1 \Leftrightarrow -1 = 15x^2 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{15}$   
 $L = \{ \}$ , denn ein Quadrat ist nie negativ!

2. a)  $\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) = 2 \cdot \sqrt{6 \cdot 3} - 3 \cdot \sqrt{6 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$   
 b)  $\sqrt{8} \cdot (3\sqrt{2a} + 5\sqrt{18a}) = 3 \cdot \sqrt{8 \cdot 2 \cdot a} + 5 \cdot \sqrt{8 \cdot 18 \cdot a} = 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{a} + 5 \cdot 12 \cdot \sqrt{a} = 72\sqrt{a}$

3. a)  $\sqrt{242 x^3 y^2 z^6} = \sqrt{2 \cdot 121 \cdot x \cdot x^2 y^2 z^6} = 11 \cdot x \cdot |y \cdot z^3| \cdot \sqrt{2x}$   
 b)  $\sqrt{x^2 - 6xy + 9y^2} = \sqrt{(x-3y)^2} = |x - 3y|$

4. a)  $\frac{a}{2\sqrt{3ab^2}} = \frac{a \cdot \sqrt{3a}}{2|b|\sqrt{3a} \cdot \sqrt{3a}} = \frac{a \cdot \sqrt{3a}}{2|b| \cdot 3a} = \frac{\sqrt{3a}}{6|b|}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{a - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot (a + \sqrt{2})}{(a - \sqrt{2}) \cdot (a + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2} \cdot a + \sqrt{2 \cdot 2}}{a^2 - 2} = \frac{2 + \sqrt{2} \cdot a}{a^2 - 2}$

c)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 2}}{3 - 2} = 3 - \sqrt{6}$

d)  $\frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 3} = \frac{(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2})}{(\sqrt{2} + 3) \cdot (3 - \sqrt{2})} = \frac{9 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 2}{9 - 2} = \frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$

5. a)  $\frac{1}{2}x^2 + 5 = x^2 - 5 \Leftrightarrow 10 = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 = 20 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

b)  $2 - \sqrt{x+4} = x \Leftrightarrow 2 - x = \sqrt{x+4} \Leftrightarrow 4 - 4x + x^2 = x + 4 \Leftrightarrow -5x + x^2 = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x-5) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 ; (x_2 = 5) ; L = \{0\}$

Probe für  $x_1 = 0$ :

l.S.  $2 - \sqrt{0+4} = 2-2=0$  r.S. 0 Probe ✓

Probe für  $x_2 = 5$

l.S.  $2 - \sqrt{5+4} = 2-3=-1$  r.S. 5 Widerspruch!

c)  $(x-1)^2 = 3x^2 - 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3x^2 - 2x - 4 \Leftrightarrow 5 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} = \pm\sqrt{\frac{10}{4}} = \pm\frac{1}{2} \cdot \sqrt{10}$

d)  $x + \sqrt{5x^2 - 6x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 - 6x} = 3 - x \Leftrightarrow 5x^2 - 6x = 9 - 6x + x^2 \Leftrightarrow 4x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{3}{2} ; L = \{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\}$

Probe für  $x_1 = 1,5$ :

l.S.  $\frac{3}{2} + \sqrt{5 \cdot \frac{9}{4} - 6 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{45}{4} - \frac{36}{4}} = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3 ;$  r.S. 3 ; Probe ✓

Probe für  $x_2 = -1,5$ :

l.S.  $-\frac{3}{2} + \sqrt{5 \cdot \frac{9}{4} + 6 \cdot \frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{45}{4} + \frac{36}{4}} = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{81}{4}} = -\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 3$

r.S. 3 ; Probe ✓