

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Rechnen mit Wurzeln

Bei allen Aufgaben gilt:

Beim Ergebnis ist so weit wie möglich zu radizieren und Nenner müssen rational sein.

1. Vereinfache

a) $\sqrt{12} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,27} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,6} \right)$

b) $\sqrt{845x^3} - \sqrt{45x} \cdot (\sqrt{0,81x} - \sqrt{20})$

c) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{6}}$

d) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}}$

e) $\frac{\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{25,6}}{\sqrt{64,8}}$

f) $\frac{\sqrt{7,26} \cdot \sqrt{6}}{3 + \sqrt{6}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$

h) $\frac{\sqrt{20}}{1 + \sqrt{2 + 3}}$

2. Bestimme alle Lösungen der Gleichung

a) $2 \cdot x^2 - 3 = 4$

b) $\sqrt{2} \cdot x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

c) $18 - 0,5 \cdot x^2 = 11$

d) $5 - (4 - \sqrt{3}) \cdot x^2 = 2$

e) $\frac{x^2 - 1}{\sqrt{20}} = \sqrt{0,45}$

f) $\frac{x^2 - \sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{150}}{6}$



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Rechnen mit Wurzeln

Lösungen

$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } \quad \sqrt{12} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,27} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,6} \right) &= \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 3}{100}}}{2} - \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{60}{100}}}{3} = \\ &= \frac{\sqrt{3 \cdot 9 \cdot 3}}{\sqrt{10 \cdot 10}} - \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{10 \cdot 10}}}{3} = \frac{3 \cdot 3}{10} - \frac{4 \cdot \frac{3 \cdot 2}{10} \cdot \sqrt{5}}{3} = 0,9 - 0,8 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \quad \sqrt{845x^3} - \sqrt{45}x \cdot (\sqrt{0,81x} - \sqrt{20}) &= \sqrt{5 \cdot 13^2 \cdot x^2 \cdot x} - 3x \cdot \sqrt{5} \cdot (0,9 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{5}) = \\ &= 13x \cdot \sqrt{5x} - 2,7x \cdot \sqrt{5x} + 6x \cdot 5 = 10,3x \cdot \sqrt{5} + 30x \quad (= (10,3 \cdot \sqrt{5} + 30) \cdot x) \end{aligned}$$

$$\text{c) } \quad \frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{6}} = \frac{(1 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{6})}{(2 - \sqrt{6}) \cdot (2 + \sqrt{6})} = \frac{2 + \sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{4 - 6} = -1 - 0,5\sqrt{6} + \sqrt{3} + 1,5\sqrt{2}$$

$$\text{d) } \quad \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{3} + \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{3})} = \frac{6 - 2\sqrt{18} + 3}{6 - 3} = \frac{9 - 6\sqrt{2}}{3} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{e) } \quad \frac{\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{25,6}}{\sqrt{64,8}} = \frac{\sqrt{\frac{3^2 \cdot 16^2}{100}}}{\sqrt{\frac{81 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 10}{100}}} = \frac{3 \cdot 16}{9 \cdot 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 5}} = \frac{4 \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{15} \cdot \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \quad \frac{\sqrt{7,26} \cdot \sqrt{6}}{3 + \sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{\frac{6 \cdot 121 \cdot 6}{100}}}{3 + \sqrt{6}} = \frac{\frac{6 \cdot 11}{10} \cdot (3 - \sqrt{6})}{(3 + \sqrt{6}) \cdot (3 - \sqrt{6})} = \frac{6,6 \cdot (3 - \sqrt{6})}{9 - 6} = 2,2 \cdot (3 - \sqrt{6}) \\ &= 6,6 - 2,2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \quad \frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} &= \frac{1 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})} = \\ &= 2 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{3 \cdot (2 + \sqrt{3})} = 2 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{6 + 3 \cdot \sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\text{h) } \quad \frac{\sqrt{20}}{1 + \sqrt{2 + 3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 1)}{(1 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} - 1)} = \frac{2 \cdot 5 - 2 \cdot \sqrt{5}}{5 - 1} = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$$

$$2. \text{ a) } 2 \cdot x^2 - 3 = 4 \Leftrightarrow 2 \cdot x^2 = 7 \Leftrightarrow x^2 = \frac{7 \cdot 2}{2 \cdot 2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{2} \cdot x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}} = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{2}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{10} - 2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\text{c) } 18 - 0,5 \cdot x^2 = 11 \Leftrightarrow 7 = 0,5 \cdot x^2 \Leftrightarrow x^2 = 14 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{14}$$

$$\text{d) } 5 - (4 - \sqrt{3}) \cdot x^2 = 2 \Leftrightarrow 3 = (4 - \sqrt{3}) \cdot x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{4 - \sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$x^2 = \frac{3 \cdot (4 + \sqrt{3})}{(4 - \sqrt{3}) \cdot (4 + \sqrt{3})} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{12 + 3\sqrt{3}}{16 - 3}} = \pm \sqrt{\frac{13 \cdot (12 + 3\sqrt{3})}{13 \cdot 13}}$$

$$x_{1/2} = \pm \frac{1}{13} \cdot \sqrt{156 + 39\sqrt{3}}$$

$$\text{e) } \frac{x^2 - 1}{\sqrt{20}} = \sqrt{0,45} \Leftrightarrow x^2 - 1 = \sqrt{0,45 \cdot 20} \Leftrightarrow x^2 = 1 + \sqrt{9} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 2$$

$$\text{f) } \frac{x^2 - \sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{150}}{6} \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{150}}{6} \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{400 \cdot 3}}{6} \Leftrightarrow$$

$$x^2 = \sqrt{2} + \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{\sqrt{2} + \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3}} = \pm \sqrt{\frac{3 \cdot \sqrt{2} + 10 \cdot \sqrt{3}}{3}}$$

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{3 \cdot (3 \cdot \sqrt{2} + 10 \cdot \sqrt{3})}{3 \cdot 3}} = \pm \frac{1}{3} \cdot \sqrt{9 \cdot \sqrt{2} + 30 \cdot \sqrt{3}}$$